

MODELLIZZAZIONE GAUSSIANA DELLA DISPERSIONE
IN ARIA DI INQUINANTI E SUA ESTENSIONE
ALL'APPLICAZIONE NELLA RICOSTRUZIONE DELLE
MOLESTIE OLFATTIVE



Oppes Marta
A.A 2016/2017

Contents

1	Premessa	4
2	Il modello stazionario Gaussiano Plume	6
2.1	Introduzione	6
2.2	Struttura analitica del modello Plume	8
2.2.1	Deduzione del modello Plume	8
	Deduzione dal modello Eurliano a chiusura K	8
	Deduzione semiempirica	9
2.2.2	Struttura analitica base del Modello Gaussiano Plume	15
2.3	Stima del Plume Rise	17
2.3.1	La fenomenologia dell'Entrainment	18
	Generalità.	18
	Un possibile modello.	19
2.3.2	Il modello integrale di plume rise	20
	Il vertical plume.	20
	<i>Bilancio di massa</i>	21
	<i>Bilancio della quantità di moto</i>	21
	<i>Bilancio di calore</i>	22
	<i>Quadro d'insieme delle relazioni di bilancio</i>	23
	Il bent-over plume	23
	Il caso generale	24
2.3.3	Semplificazioni operative	25
	Flusso di galleggiamento e momento di flusso	26
	Scelta di Δh	26
	L'innalzamento progressivo	26
	<i>Il caso di un jet</i>	26
	<i>Plume con quantità di moto e buoyancy</i>	26
	L'innalzamento finale	27
	<i>Atmosfera stabile</i>	27
	<i>Atmosfera prossima all'adiabaticità</i>	28
	<i>Atmosfera convettiva</i>	29
	La penetrazione dell'inversione in quota	29
	Lo stack-tip downwash	30
	Un algoritmo di plume rise	31
	Ulteriori considerazioni	32
2.4	I parametri di dispersione	33
2.4.1	Il termine derivante dal galleggiamento	34
2.4.2	Il termine derivante dalla turbolenza atmosferica	34
	Metodologia basata sui parametri di turbolenza atmosferica	34
	<i>a)La metodologia della Similarità</i>	34
	<i>b)La metodologia Danese</i>	36
	<i>c)La metodologia spettrale</i>	39
	Metodologia basata su relazioni semiempiriche	39
	<i>Relazioni di Pasquill Gifford</i>	39

	<i>Relazioni di Briggs</i>	39
2.4.3	Schema di dispersione Gaussiana	40
2.4.4	Parametri di dispersione	40
	Richiami introduttivi sul plume rise	41
	Riferimenti in letteratura	41
2.4.5	Influenza di edifici vicini	41
	Diminuzione del plume rise dovuta alla diluizione iniziale	41
	Determinazione del raggio di diluizione iniziale del plume	42
	Implementazione dell'algoritmo R_0 nel modello operativo	44
2.4.6	Effetti del terreno	46
3	Esempi di utilizzo del modello	46
4	Percezione umana dell'odore ed elementi modellistici associati	49
4.1	Introduzione: distanze di separazione contro i cattivi odori	49
4.2	Stima a breve termine di picchi di concentrazione dell'odore da valori medi orari	49
4.3	Concetto di picco alla media	49
4.4	Parametri che influenzano la fluttuazione della concentrazione	51

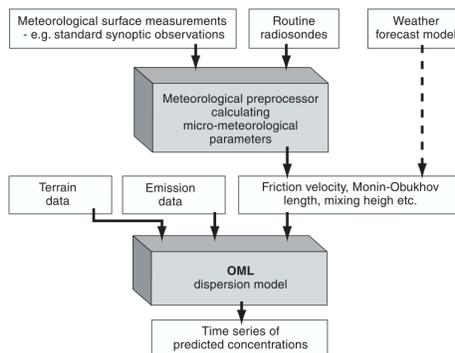
1 Premessa

La stima preventiva della distribuzione spaziale e temporale della concentrazione media di una o più sostanze inquinanti emesse dalle industrie, e non solo, presenti in un generico territorio è un'attività abituale nell'iter procedurale con cui viene autorizzato un impianto o quando si cerca di stimare il beneficio indotto da misure di risanamento ambientale. In questo stage viene affrontato il problema della modellizzazione semplificata della dispersione degli inquinanti in aria realizzata impiegando il modello numerico Gaussiano Plume che presenta sia una forma analitica semplice ed economica (è costituito solo da equazioni algebriche) che una realistica elevata nelle ricostruzioni, almeno in condizioni atmosferiche lontane dalla collettività e stabilità estrema. Di essa si daranno sia la derivazione teorica che i dettagli implementativi, seguendo il più moderno dei modelli di questo tipo che è il modello danese OML.

Nel 1980 vennero sviluppati una serie di modelli per la dispersione a scala locale degli inquinanti nell'Air Pollution Laboratory, sotto la Danish National Environmental Protection Agency. Tali modelli confluirono poi in un lavoro unico con il nome di Operational Meteorological Air Quality Models, o semplicemente **OML** dal titolo danese. Già nel 1990 il modello OML era in opera per scopi regolatori in Danimarca, e tra il 2005 e il 2006 subì una rivisitazione, durante la quale vennero identificati una serie di problemi, alcuni dei quali furono risolti attraverso l'introduzione di nuovi parametri in alcune parti del modello. Questa nuova versione prese comunemente il nome di "Research Version" dell'OML, che quindi si distingue dalla così detta versione "standard". Il modello OML è un modello computazionale veloce, particolarmente utile a scopi regolatori. Il modello OML-Point viene utilizzato per una singola sorgente, mentre il modello OML-Multi è più flessibile e ci consente di considerare più punti e sorgenti areali. La base per tutte le versioni di questo modello sono sempre le stesse. Una tra queste versioni è la OML-Lugt e consiste in un modello per il modulo delle concentrazioni a breve termine, costruito sul modello OML convenzionale. Un'altra variante è il così detto modello OML-DEP. In tale versione viene aggiunto un modulo di deposizione, al fine di calcolare la deposizione di ammoniaca su scala locale.

Il sistema di modellazione OML comprende un pre-processore meteorologico, che consiste in un software a parte in grado di preparare misure meteorologiche che verranno utilizzate nel modello. La versione standard di questo pre-processore ha in input misure meteorologiche orarie effettuate in una stazione, e misure dei profili verticali di temperatura realizzate due volte al giorno da una radiosonda posta nelle vicinanze. L'output è in questo caso rappresentato da 14 valori orari dei parametri di turbolenza, quali il flusso di calore sensibile, la lunghezza di Monin-Obukhov, la velocità di frizione e l'altezza di rimescolamento. In alternativa all'utilizzo del pre-processore è possibile derivare i dati meteorologici necessari da un modello di previsioni meteorologiche, come l'MM5. Nella seguente figura viene mostrato l'intero sistema di modellazione OML.

Figure 1: Sistema di modellazione OML



Quando nel 1980 cominciò il progetto OML, esso aveva lo scopo di migliorare i metodi per la simulazione dei processi di dispersione. Tale miglioramento fu ottenuto descrivendo i processi di dispersione in termini di alcuni parametri fisici, di importanza base nella turbolenza del PBL. Ciò era tuttavia in contrasto con i primi modelli che si basavano essenzialmente sulla classificazione di stabilità empirica di Pasquill-Turner.

I principi guida durante il primo sviluppo del modello OML erano:

- costruire un modello che tenesse in considerazione i più importanti fenomeni fisici che governano la dispersione dei pennacchi;
- garantire che il modello funzionasse bene in una varietà di condizioni atmosferiche;
- evitare discontinuità nella descrizione dei processi di dispersione;
- garantire che i risultati del modello fossero applicabili per fini regolamentari.

La semplificazione maggiore che si può fare nel modello OML consiste nell'uso del modello Gaussiano Plume.

Quello che notiamo in atmosfera è l'effetto combinato di molti processi fisici. Nel modello invece, spesso tali processi vengono trattati separatamente in termini matematici, per poi venir combinati sempre matematicamente. Il vantaggio di tale approccio è che per i singoli processi è possibile forzare la risposta corretta del modello ad una variazione dei parametri fisici.

Le principali caratteristiche che distinguono il modello OML originale da quelli precedenti sono:

- nuovi metodi per il calcolo del plume rise;
- modifica della dispersione turbolenta dovuta al plume rise;
- trattamento speciale dei processi di penetrazione;
- trattamento speciale del plume lofting effect (il plume, a causa dell'effetto del plume rise, potrebbe rimaner chiuso al top del PBL);
- trattazione speciale della dispersione orizzontale nel caso di condizioni di vento leggero o di cambiamenti sistematici nella direzione del vento.

Una parte essenziale di questo lavoro di stage è stata la stesura finale e la messa a punto del modello MODA_G di Arpa Lazio che interiorizza la maggior parte delle innovazioni apportate negli anni alla modellistica Gaussiana, facendo di fatto un "parente stretto" del modello OML. Il lavoro è consistito, in particolare, nel completare la scrittura del modello in linguaggio FORTRAN 90 in ambiente Windows, nel verificare la corrispondenza tra le varie routines e la teoria che essa avrebbe dovuto implementare e nel verificare le previsioni di questo modello con una serie di campagne sperimentali realizzate negli ultimi decenni per la messa a punto di modelli di dispersione degli inquinanti in aria.

Da ultimo, nell'ambito di questo stage è stato affrontato il dibattuto problema di come estendere la capacità di un "normale" modello di dispersione di una sostanza gassosa in aria fino a riuscire a rappresentare con sufficiente realismo le situazioni di molestia olfattiva prodotte frequentemente da installazioni industriali (per esempio impianti di trattamento dei rifiuti, industrie farmaceutiche ed alimentari) e subite dalla popolazione residente nelle aree circostanti. La diversità di approccio che distingue le problematiche della qualità dell'aria (ben descritte dai modelli OML e MODA_G) dalle molestie olfattive sta sostanzialmente nel concetto di "concentrazioni" che è necessaria ai due approcci. L'impatto sanitario ed epidemiologico relativo alla qualità dell'aria è efficacemente descritto in situazioni non patologiche dalla dose inalata dalle popolazioni di alcune sostanze di documentata dannosità come SO_2 , CO , NO_2 , PM_{10} , $PM_{2.5}$, Benzene, ecc. Quando trattiamo la qualità dell'aria e quindi quando siamo interessati

alla dose assorbita dalla popolazione, il concetto di concentrazione media è l'elemento conoscitivo ideale, mentre le fluttuazioni turbolente e di origine oscillatoria (meandering) rivestono in questo contesto un ruolo marginale. Viceversa, la molestia olfattiva è il risultato dell'interazione negativa tra l'apparato olfattivo umano e l'aria inalata durante ogni singolo atto respiratorio della durata di pochi secondi (tipicamente 5 secondi). In questo caso, quindi, le fluttuazioni della concentrazione di una sostanza olfattivamente attiva durante il consueto tempo di mediazione usato nelle analisi di qualità dell'aria (tipicamente 1 ora) sono l'elemento che caratterizza e qualifica la molestia. Modellizzare le fluttuazioni di concentrazione non è impresa da poco e, allo stato attuale delle conoscenze, ben poco è disponibile operativamente. Tuttavia l'allarmante ed esponenziale aumento di queste molestie e la reale possibilità che in certi casi esse diventino veri e gravi problemi tossicologici, richiede comunque che vengano messe a punto tecniche di modellizzazione, anche se parzialmente euristiche e comunque non completamente convincenti, che, per poter essere impiegate in maniera operativa, devono poter essere inserite nei "normali" modelli di dispersione degli inquinanti in aria, come OML o MODA_G. Nell'ultima parte del lavoro di stage si sono organizzati in questo senso tutti gli elementi modellistici prodotti in Letteratura in grado di costruire un post-processing di "normale" output di un modello dedicato alla qualità dell'aria capace di ricostruire i "picchi di concentrazione".

Il presente documento è così organizzato. Dopo questa premessa volta a chiarire le motivazioni del lavoro di stage e a descriverne lo svolgimento pratico, segue un capitolo dedicato alla descrizione minuziosa delle caratteristiche di un moderno modello Gaussiano Plume, in particolare quelle che caratterizzano il modello MODA_G.

Il documento si conclude poi con una breve ma esauriente raccolta degli elementi modellistici in grado di trasformare il normale output di un modello Gaussiano Plume, costituito da concentrazioni medie orarie, in una realistica ricostruzione del picco di concentrazione relativo all'ora considerata e responsabile di una eventuale molestia olfattiva.

2 Il modello stazionario Gaussiano Plume

2.1 Introduzione

Per descrivere la dispersione di sostanze passive (che non interferiscono direttamente con le variabili meteorologiche e chimicamente non attive) nell'atmosfera possiamo utilizzare una metodologia Euliana o Lagrangiana, del tutto equivalenti. Da questi due modelli teorici (Lagrangiano ed Euliano) dobbiamo essere in grado di derivare un insieme di equazioni (algebriche o differenziali), che possano essere codificate in programmi per computer in grado di determinare la distribuzione spaziale e temporale della concentrazione delle specie inquinanti emesse da una sorgente che, per semplicità, possiamo ritenere puntuale. Non sempre, tuttavia, i modelli teorici si prestano a ciò.

Un modello di dispersione di tipo applicativo ha le seguenti caratteristiche:

- parte da relazioni teoriche che descrivono la dispersione (in termini Euliani o Lagrangiani) degli inquinanti in aria;
- effettua una serie di approssimazioni per renderlo adatto alla descrizione di un opportuno sottoinsieme di situazioni reali;
- codifica tale sottoinsieme in termini matematici, lo implementa in termini numerici e lo traduce in un linguaggio di programmazione realizzato con un codice di calcolo per computer.

Il modello semplificato adottato per descrivere una certa realtà prende il nome di *modello di screening*. Dopo aver completato lo studio di screening sarà possibile entrare più nel dettaglio. In questo caso il modello di dispersione avrà tuttavia meno semplificazioni e richiederà inevitabilmente dettagli meteorologici e micrometeorologici maggiori. Ovviamente la ricostruzione che otterremo sarà decisamente più realistica rispetto a quella precedente, ma con costi

computazionali maggiori. In molti casi è possibile utilizzare una successione di modelli diversi aventi complessità crescente, per ottenere i risultati voluti nel minor tempo possibile e col minor costo possibile, sia umano che computazionale.

In alcuni casi non si possono adottare modelli semplificati, ma è necessario utilizzare direttamente modelli più complessi e realistici, come nel caso in cui si voglia valutare la qualità dell'aria a livello regionale.

In generale, ad ogni modo, ogni modello applicativo, una volta implementato al computer, si riduce semplicemente ad un algoritmo numerico che, per essere risolto, necessita in input di:

- un quadro emissivo di ciò che si vuole andare a misurare;
- un quadro territoriale della zona per la quale si applica la simulazione modellistica (orografia, presenza di mare o specchi d'acqua, presenza di città ecc.);
- il tipo di sostanze disperse in aria, di cui vogliamo analizzare l'evoluzione spazio-temporale della sua concentrazione.

Il modello ***Gaussiano Stazionario Plume*** è il modello più semplice e più utilizzato per descrivere la dispersione degli inquinanti in atmosfera, soprattutto in condizioni in cui le informazioni meteorologiche a disposizione sono poco abbondanti e poco raffinate. I fondamenti teorici di tale modello si possono ritrovare sia nell'approccio Euleroiano che in quello Lagrangiano. Affinchè il modello Gaussiano Stazionario Plume ci dia una descrizione sufficientemente attendibile della distribuzione spazio-temporale della concentrazione degli inquinanti in aria è necessario che:

- il territorio in considerazione sia privo di un'orografia significativa e sia morfologicamente uniforme;
- le sorgenti di inquinanti siano ciminiere sufficientemente elevate, con un rapporto tra il loro diametro e la loro altezza sufficientemente piccolo. In altre parole l'emissione può essere assimilata a quella proveniente da una sorgente puntiforme;
- le sorgenti emettano con continuità temporale inquinanti chimicamente non reattivi. Per semplicità le sostanze inquinanti emesse vengono assunte gassose;
- gli inquinanti emessi non abbiano una deposizione secca ed umida significativa;
- le condizioni meteorologiche varino molto lentamente sia nello spazio che nel tempo, ovvero possiamo considerare la situazione presente come una successione di stati quasi-stazionari;
- la turbolenza del PBL sia orizzontalmente omogenea, quasi-stazionaria e sufficientemente lontana dalla convettività.

A livello istantaneo l'emissione è un fenomeno altamente irregolare, anche se consideriamo la sorgente puntiforme. Per tale motivo ci interessiamo alla dispersione media. Per media, qui intendiamo la media d'insieme. Naturalmente in termini pratici non è possibile impiegare direttamente la media di insieme e quindi è necessario invocare l'ipotesi di ergodicità e sostituire la media d'insieme con la media temporale, il cui tempo di mediazione è indicato dallo spectral gap. In pratica adotteremo come media la media temporale con tempo di mediazione pari ad 1 ora. In questo modo avremo a che fare con plume regolari.

Tutte queste restrizioni possono sembrare eccessive, tuttavia il modello Gaussiano Stazionario Plume costituisce una buona base conoscitiva per avere una comprensione preliminare dei fenomeni in atto.

2.2 Struttura analitica del modello Plume

2.2.1 Deduzione del modello Plume

Deduzione dal modello Eurliano a chiusura K Per semplicità consideriamo un approccio di tipo Eurliano con chiusura locale del primo ordine, di tipo K. In un certo punto $\mathbf{x}=(x,y,z)$ del PBL e ad un certo istante di tempo t la concentrazione media $C(x,y,z;t)$ di una sostanza passiva, chimicamente inerte e non soggetta a processi di rimozione sarà data da:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + Q \cdot \delta(x_s) \cdot \delta(y_s) \cdot \delta(z - h_s) \quad (1)$$

dove U, V, W sono le componenti medie del moto, K_x, K_y, K_z sono le diffusività turbolente nelle tre direzioni coordinate, ed inoltre con (x_s, y_s, h_s) coordinate della sorgente puntiforme, in questo caso una ciminiera industriale che emette fumi ad una quota h_s . Ipotizziamo ora di:

- trattare una situazione stazionaria (o quasi-stazionaria), in cui sia le emissioni che la meteorologia variano molto lentamente nel tempo. In tal caso $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$;
- avere componenti orizzontali medie del moto U e V costanti nello spazio, anche in verticale, e che la componente media verticale W sia nulla ovunque. In tal modo trascuriamo il profilo verticale del vento, la no-slip condition e non teniamo conto del fatto che la divergenza del campo di moto deve essere nulla in condizioni idrostatiche;
- avere coefficienti di diffusività K_x, K_y, K_z anch'essi costanti nello spazio. Ipotizziamo inoltre una completa omogeneità orizzontale, in modo tale che $K_x = K_y$;
- avere una sorgente che emetta con continuità temporale una sostanza passiva, gassosa e chimicamente inerte ad un certo tasso q ($g \cdot s^{-1}$). Le proprietà della sostanza emessa possono essere considerate in prima approssimazione simili a quelle dell'aria atmosferica;
- trattare una situazione in cui il suolo possa essere considerato totalmente impenetrabile dalla dispersione emessa, visto che vogliamo ignorare i processi di deposizione. Possiamo quindi scrivere che

$$-K_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

ovvero il flusso verticale della sostanza inquinante al suolo è nullo;

- porre che il trasporto orizzontale della sostanza lungo la direzione del vento medio sia molto superiore alla diffusione turbolenta in tale direzione, in modo da poter scrivere che

$$U \frac{\partial C}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (3)$$

Tutte queste ipotesi vanno a semplificare di molto l'equazione Eurliana della dispersione, che si riduce così a:

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + q \delta(x_s) \delta(y_s) \delta(z - h_s) \quad (4)$$

con le condizioni al contorno:

$$C(0, y, z) = 0$$

$$\begin{aligned} C(x, y, z) &= 0 \text{ per } x, y \rightarrow \infty \\ -K_z \frac{\partial C}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

Andando a risolvere tale equazione differenziale per mezzo della Trasformata di Fourier o di Laplace, o le Funzioni di Green, otteniamo il seguente risultato:

$$C(x, y, z) = \frac{q}{4\pi (K_y K_z)^{1/2} x} \exp \left[-\frac{U^2 y}{4K_y U} \right] \cdot \left\{ \exp \left[-\frac{U (z - h_s)^2}{4x K_z} \right] + \exp \left[-\frac{U (z + h_s)^2}{4x K_z} \right] \right\} \quad (5)$$

che è una soluzione Gaussiana che tiene conto della riflessione totale operata dal suolo. Valgono inoltre le seguenti relazioni tra le deviazioni standard relativa alla distribuzione Gaussiana trasversale e verticale e le diffusività turbolente:

$$\sigma_y^2 = 2K_y t = 2K_y \frac{x}{U} \quad (6)$$

$$\sigma_z^2 = 2K_z t = 2K_z \frac{x}{U} \quad (7)$$

In conclusione, tenendo conto di queste relazioni, possiamo scrivere:

$$C(x, y, z) = \frac{q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] \cdot \left\{ \exp \left[-\frac{(z - h_s)^2}{2\sigma_z^2} \right] + \exp \left[-\frac{(z + h_s)^2}{2\sigma_z^2} \right] \right\} \quad (8)$$

Nella realtà non esistono situazioni veramente stazionarie, quindi $C(x,y,z)$ può essere interpretata come quella concentrazione che si otterrebbe in media in un intervallo temporale di un'ora, in cui ipotizziamo che le condizioni meteorologiche, micrometeorologiche ed emissive, non mutino in modo significativo. Inoltre $C(x,y,z)$ è in realtà il risultato di due distribuzioni distinte a simmetria conica: una con vertice nel punto reale di emissione $(0, 0, h_s)$, e l'altra con vertice in una sorgente virtuale puntiforme in $(0, 0, -h_s)$ che simula la riflessione completa prodotta dal suolo. Tali distribuzioni presentano un massimo sull'asse x , e diminuiscono man mano che si sale di quota, secondo la legge Gaussiana.

Ovviamente la formula per $C(x,y,z)$ appena trovata non è in grado di rappresentare nè la dispersione di fumi galleggianti nè la dispersione in situazioni convettive caratterizzate da una certa altezza z_i di rimescolamento che rappresenta una barriera superiore al plume emesso dalla sorgente.

Inoltre in tale modello U , K_y e K_z sono delle costanti, situazione ben lontana da quella reale.

Deduzione semiempirica Anche in questo caso facciamo una serie di assunzioni:

- immaginiamo di essere in situazioni quasi-stazionarie, sia per le variabili medie che per quanto riguarda la turbolenza del PBL;
- ipotizziamo che il territorio considerato sia completamente piatto e senza discontinuità;
- assumiamo che la ciminiera sia molto alta (un centinaio di metri) e che emetta con continuità un inquinante chimicamente non reattivo con un tasso di emissione $q(g \cdot s^{-1})$ costante.

Questa situazione è piuttosto comune per le ciminiere di alcune centrali termoelettriche e per impianti di incenerimento di rifiuti solidi urbani.

Immaginiamo di fare una fotografia che immortalino il pennacchio di fumo che esce dalla ciminiera. Se osserviamo la fotografia scattata al tramonto o nelle prime ore del mattino, in condizioni di vento abbastanza teso e con un tempo di esposizione piuttosto lungo, possiamo osservare come il pennacchio possa essere diviso in tre zone distinte:

- **Zona 1 (zona ascensionale):** il plume di fumo parte verticalmente dalla bocca del camino e si piega progressivamente nella direzione sottovento fino a livellare orizzontalmente il proprio baricentro. Tale fase ascensionale termina solitamente ad una distanza piuttosto vicina dalla ciminiera (100÷300 m), e dipende dalle condizioni metereologiche presenti nella zona, dalla temperatura e dalla velocità dei fumi dal punto di emissione. Possiamo definire **plume rise** la differenza:

$$\Delta h = h_m - h_s \quad (9)$$

con h_m quota di livellamento raggiunta dal plume ed h_s altezza della ciminiera.

- **Zona 2 (zona di trasporto senza interazione col suolo):** una volta raggiunta la quota di livellamento il pennacchio si allarga (in dipendenza con la turbolenza atmosferica) senza che la sua parte visibile raggiunga il suolo.
- **Zona 3 (zona di interazione col suolo):** il bordo inferiore del plume raggiunge il suolo e si assiste ad un fenomeno di riflessione (totale o parziale) del plume a causa di tale frontiera solida. Questa zona è la meno definita ed anche la meno visibile, visto che il plume a questo punto ha ormai raggiunto un livello di miscelazione con l'aria elevato.

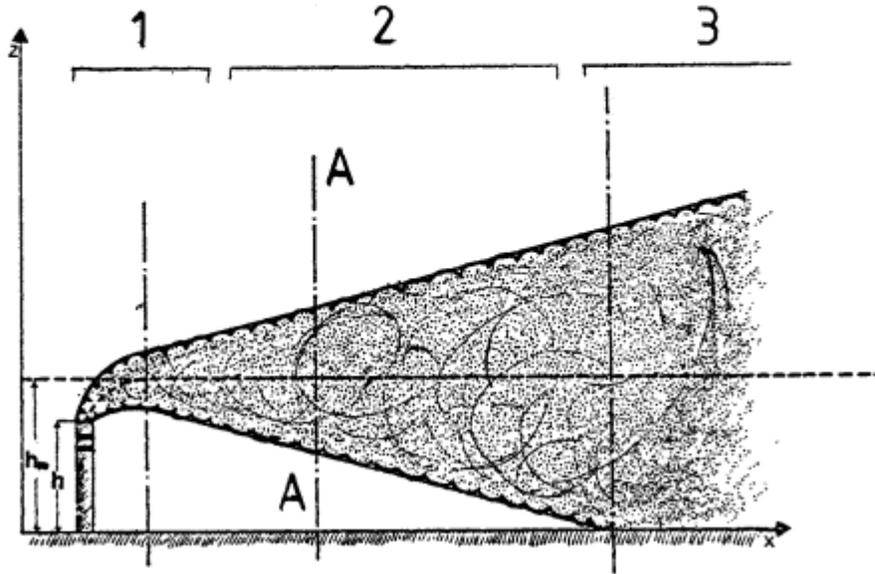


Figure 2: Rappresentazione schematica di un pennacchio medio emesso da una ciminiera

Vediamo nel dettaglio la Zona 2. Gli attuali sistemi di remote sensing sono in grado di emettere un raggio laser di opportune lunghezze d'onda in atmosfera e di misurare le concentrazione degli inquinanti presenti, studiando il

fascio da loro retrodiffuso. Strumenti di questo tipo vanno sotto il generico nome di LIDAR o DIAL. Supponiamo di analizzare per mezzo di uno di questi sensori la concentrazione di inquinanti su un piano A perpendicolare al baricentro del pennacchio. Possiamo in questo modo ricavare un grafico delle isolinee di concentrazione relative a tale piano. Esse si presenteranno approssimativamente concentriche ed evidenzieranno un baricentro a concentrazione elevata ed una diminuzione netta della concentrazione man mano che ci si allontana da esso.

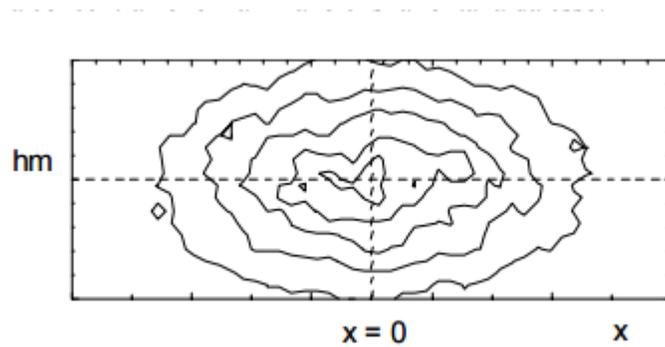


Figure 3: Isolinee di concentrazione rilevate nel piano A

Poichè le isolinee non sono il modo più semplice per leggere la variazione della concentrazione di inquinanti sul piano A, possiamo in alternativa utilizzare l'andamento di tale concentrazione attorno ad una linea B che passa per il baricentro ed è orizzontale rispetto al suolo, e l'analoga concentrazione attorno ad una linea C intersecante il baricentro ma stavolta verticale rispetto al suolo. I due andamenti che si ottengono sono quindi quelli rappresentati in Figura 4:

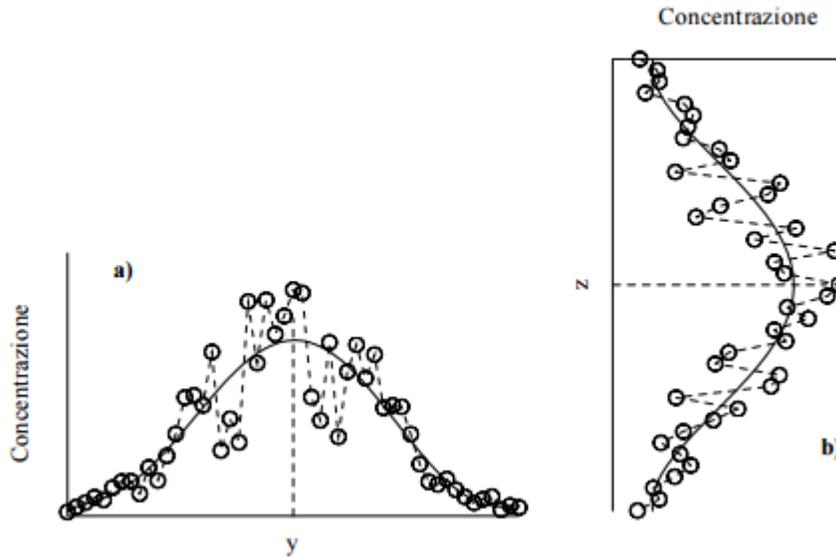


Figure 4: Andamento orizzontale (a) e verticale (b) della concentrazione normalizzata

Come vediamo entrambi questi andamenti possono essere rappresentati da funzioni matematiche che presentano un massimo in corrispondenza del baricentro del plume, mentre diminuiscono rapidamente e simmetricamente all'allontanarsi dal pennacchio, senza tuttavia arrivare ad annullarsi chiaramente.

In base a quanto detto fin ora, possiamo cominciare a costruire un modello semiempirico per la dispersione degli inquinanti nella zona intermedia del plume (Zona 2), ovvero possiamo individuare una relazione matematica che ci consenta di esprimere la concentrazione media di inquinante rilevabile in un punto nello spazio, in funzione del tasso di emissione della sorgente e delle condizioni metereologiche e micrometereologiche del PBL.

Definiamo quindi un sistema di riferimento cartesiano con origine sulla base della ciminiera, asse x diretto parallelamente al baricentro del plume, lungo la direzione di vento medio, asse y orizzontale e perpendicolare all'asse x , ed infine asse z verticale e positivo verso l'alto. Un sistema di riferimento di questo tipo è congruente con la consueta regola della mano destra. Per ogni punto $P=(x,y,z)$ avremo quindi una concentrazione $C(x,y,z)$ dell'inquinante consideraro (espressa generalmente in $g \cdot m^{-3}$ o in $\mu g \cdot m^{-3}$).

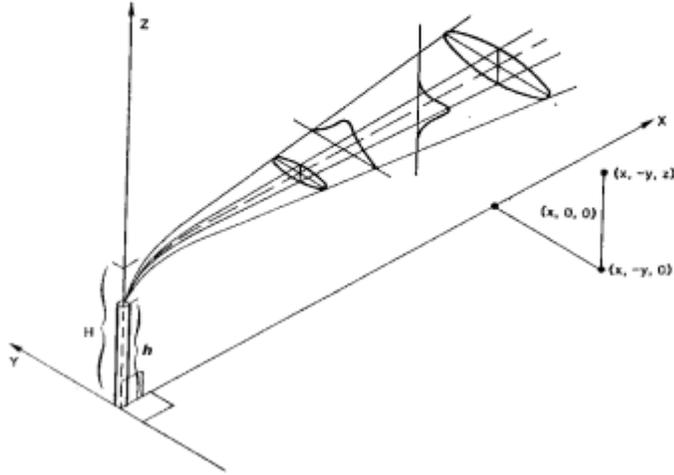


Figure 5: Sistema di coordinate cartesiane per un Modello Gaussiano Plume

Possiamo quindi scrivere che

$$C(x, y, z) = A \cdot f_y \cdot f_z \quad (10)$$

ovvero la concentrazione media in un punto qualsiasi del plume è data dal prodotto tra una costante opportuna A , la funzione a campana della coordinata y in Fig.4 a) e la funzione a campana della coordinata z in Fig.4 b). Poiché le funzioni dette sono riferite al piano A, tale concentrazione è valida solo per i punti del piano A. Se tuttavia ripetessimo le misure con il Lidar per altri piani perpendicolari al baricentro, sempre della zona 2, allora avremo analoghe funzioni con un'allargamento della campana minore o maggiore. Queste due funzioni descrivono quindi il grado di dispersione laterale e verticale che il plume subisce. Una possibile scelta per le funzioni f_y ed f_z potrebbe essere quella della famiglia delle funzioni Gaussiane, visto che esse sono unimodali, simmetriche e tendenti a zero quando la variabile indipendente tende a $\pm\infty$. Le deviazioni standard di tali distribuzioni dipendono sia dalla stabilità atmosferica che dalla distanza sottovento x . La relazione per $C(x,y,z)$ può essere così riscritta in modo più completo come:

$$C(x, y, z) = A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(z - h_m)^2}{2\sigma_z^2}\right] \quad (11)$$

con h_m quota del baricentro del pennacchio.

Nel modello semiempirico si ipotizza che σ_y e σ_z dipendano dalla distanza sottovento x e dalle condizioni di stabilità del PBL. Per individuare il valore della costante A possiamo immaginare una porzione dS del piano A di

dimensioni $dy \cdot dz$. Il flusso di sostanza inquinante che attraversa dS nell'unità di tempo sarà dato da:

$$d\Phi = C(x, y, z) \cdot U \cdot dy \cdot dz \quad (12)$$

con U velocità media del vento entro il plume. Per il principio di conservazione della massa, tale flusso nell'unità di tempo per unità di superficie deve essere uguale all'emission rate q , ovvero alla quantità di inquinante emessa nell'unità di tempo dalla bocca del camino:

$$q = \int_A C(x, y, z) \cdot U \cdot dydz \quad (13)$$

Ricordando che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (14)$$

allora vediamo subito che

$$A = Q/U \quad (15)$$

In conclusione il modello semplificato e semiempirico che descrive la dispersione di un plume sulla Zona 2 è dato dalla relazione:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \exp\left[-\frac{(z-h_m)^2}{2\sigma_z^2}\right] \quad (16)$$

Vediamo che questa è la forma base del Modello Gaussiano Stazionario Plume senza riflessione.

Il modello descritto per la Zona 2 in realtà ha più importanza teorica che pratica, visto che tale zona è meno estesa rispetto alla 3. In quest'ultima il suolo, essendo una barriera rigida, determina una riflessione del plume, totale o parziale, a seconda della natura dell'inquinante considerato e della superficie con cui viene a contatto. Se momentaneamente trascuriamo i fenomeni di deposizione, il plume che raggiunge il suolo viene riflesso totalmente ed il metodo migliore che ci consente di tener conto di ciò è il *metodo della sorgente immagine*: si ipotizza che, oltre alla sorgente reale di altezza h_m , sia attiva anche un'altra sorgente immaginaria di altezza $-h_m$. La concentrazione che si viene così a generare è la somma algebrica dei due contributi. Possiamo così scrivere:

$$C(x, y, z) = \frac{q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{(z-h_s)^2}{2\sigma_z^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z+h_s)^2}{2\sigma_z^2}\right] \right\} \quad (17)$$

del tutto identica alla relazione 8 ottenuta risolvendo analiticamente una versione semplificata dell'equazione Eurliana del trasporto e della diffusione della sostanza passiva in aria, con l'unica differenza di presentare un maggior numero di gradi di libertà. Ad esempio U non è più costante con la quota, ed i parametri di dispersione σ_y e σ_z variano sottovento e dipendono dalla stabilità atmosferica. Intolte anche h_m varia sottovento a seconda delle condizioni metereologiche, micrometereologiche e con la temperetuar e la velocità di emissione dei fumi. Per questo motivo il Modello Gaussiano Plume è considerato un modello semiempirico: infatti esso trae la propria forma funzionale da una soluzione particolare del modello Eurliano e del modello Lagrangiano, ma introduce importanti elementi semiempirici, come quelli appena detti.

2.2.2 Struttura analitica base del Modello Gaussiano Plume

La struttura di base del Modello Plume è costituita dalla relazione 17 (e 8) sopra vista, che descrive la dispersione sottovento della concentrazione media della sostanza passiva emessa, considerando il suolo come una barriera totalmente riflettente. Quando il plume raggiunge la parte alta del PBL si trova nell'Entrainment Layer, dove i vortici turbolenti del PBL hanno esaurito la propria forza ascensionale. Qui si hanno infiltrazioni d'aria proveniente dall'atmosfera libera e contemporaneamente si assiste alla fuga da parte dell'aria del PBL in quest'ultima. Possiamo quindi pensare l'EL come una barriera non molto differente da una barriera rigida, che tuttavia non ci consente di escludere del tutto una parziale penetrazione verso l'atmosfera libera.

Immaginiamo per il momento che la sommità del PBL si comporti esattamente come una barriera rigida perfettamente riflettente. Per semplicità possiamo assumere che la riflessione totale del plume sia al suolo che nell'EL sia uguale alla riflessione tra due specchi paralleli di un fascio di luce. Si giunge così alla seguente relazione:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot f_z \quad (18)$$

con

$$f_z = \sum_{j=0,\pm 1,\pm 2,\dots} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z+2jz_i-h_m}{\sigma_z}\right)^2\right] + \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z+2jz_i+h_m}{\sigma_z}\right)^2\right] \right\} \quad (19)$$

dove h_m è la quota del baricentro del plume e z_i quella a cui si trova la sommità del PBL convettivo (altezza di rimescolamento). Quest'ultima relazione costituisce il *Modello Gaussiano Stazionario completo e generale* per descrivere la dispersione degli inquinanti.

Dobbiamo ora fare le seguenti distinzioni:

- in situazioni stabili o adiabatiche la dispersione in z è data dalla seguente relazione:

$$f_z(x, z) = \left\{ \exp\left[-\frac{(z-h_s)^2}{2\sigma_z^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z+h_s)^2}{2\sigma_z^2}\right] \right\} \quad (20)$$

in cui il plume viene riflesso solo dal suolo;

- in situazioni convettive, invece, il plume riceve una riflessione totale anche da parte dell'altezza di rimescolamento. In tal caso perciò:

$$f_z = \sum_{j=0,\pm 1,\pm 2,\dots} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z+2jz_i-h_m}{\sigma_z}\right)^2\right] + \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z+2jz_i+h_m}{\sigma_z}\right)^2\right] \right\} \quad (21)$$

Da un punto di vista computazionale non è facile implementare tale serie, visto che la sua convergenza è spesso molto lenta e non è quindi facile individuare il termine di troncamento migliore. Per risolvere questo problema è stato proposto il seguente metodo:

1. quando $\sigma_z/z_i \leq 0.63$, allora di tutti i termini della sommatoria non si eliminano solo quelli con $j = 0, \pm 1$;
2. quando $0.63 \leq \sigma_z/z_i \leq 1.08$ la sommatoria può essere approssimata da

$$f_z = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_z}{z_i} (1 - \beta^2) \cdot [1 + \beta^2 + 2\beta \cos(\pi z/z_i) \cdot \cos(\pi h_m/z_i)] \quad (22)$$

con

$$\beta = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma_z}{z_i} \right)^2 \right] \quad (23)$$

3. quando $\sigma_z/z_i \geq 1.08$ la sommatoria può essere approssimata da

$$f_z = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_z}{z_i} \quad (24)$$

Attraverso questo metodo la serie di infiniti termini viene approssimata con un errore inferiore all'1.3%.

La concentrazione media $C(x,y,z)$ può essere scomposta nel prodotto tra la *Concentrazione Integrata Trasversalmente* $C^y(x, z)$ (Crosswind Integrated Concentration, CWIC) ed una funzione solo di y che la espande trasversalmente. La $C^y(x, z)$ può essere definita come

$$C^y(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(x, y, z) \cdot dy \quad (25)$$

da cui la relazione 18 diventa:

$$C^y(x, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} \cdot f_z \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] dy \quad (26)$$

Utilizzando la relazione 14, in conclusione avremo che:

$$C^y(x, z) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_zU} \cdot f_z \quad (27)$$

La concentrazione media $C(x,y,z)$ sarà quindi data dal prodotto:

$$C(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \cdot \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] \cdot C^y \quad (28)$$

La concentrazione media al suolo sarà data da:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\pi\sigma_y\sigma_zU} \cdot \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] \cdot \exp \left[-\frac{h_m^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad (29)$$

avendo trascurato tutti i contributi di riflessione, ad eccezione di quella che avviene al suolo.

La velocità U che compare nel Modello Gaussiano può essere pensata come il valor medio del vento entro il plume, ovvero

$$U = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} u(z) \cdot dz \quad (30)$$

dove:

$$z_1 = \max(0, h_m - 2\sigma_z) \quad (31)$$

$$z_2 = \max(z_i, h_m + 2\sigma_z) \quad (32)$$

ed $u(z)$ è il profilo verticale della velocità media del vento.

Poichè nel Modello Gaussiano non si tiene conto di reazioni chimiche, vale allora la **legge della sovrapposizione degli effetti**, secondo cui la concentrazione in un punto P dello spazio è data dalla somma dei contributi che ogni sorgente determina singolarmente in quel punto.

Nella realtà le sorgenti inquinanti sono distribuite in modo irregolare sul territorio ed emettono a differenti periodi temporali nei quali la direzione del vento varia. Per questo motivo non possiamo considerare un unico sistema di riferimento cartesiano, ma possiamo tuttavia semplificare questa situazione nel modo seguente. Per prima cosa, i punti del territorio in cui il modello effettua il calcolo della concentrazione media oraria sono quelli che costituiscono i nodi di un reticolo regolare sovrapposto al territorio (dominio di calcolo). Tale reticolo sarà descritto da un sistema di assi ortogonali, detto sistema geografico, con coordinate orizzontali (X, Y) . Se ad un certo istante di tempo t la direzione del vento è φ e la sorgente si trova in (X_s, Y_s) , allora la distanza sottovento e la distanza trasversale di tale sorgente saranno date dalle seguenti relazioni:

$$x = -(X - X_s)\sin\varphi - (Y - Y_s)\cos\varphi \quad (33)$$

$$y = (X - X_s)\cos\varphi - (Y - Y_s)\sin\varphi \quad (34)$$

Supponiamo di voler calcolare la concentrazione media di inquinante emesso da un insieme di N camini che emettono a quote differenti h_i e posti in punti diversi (X_i, Y_i) del dominio, in un certo periodo in cui la direzione del vento è φ . Se le coordinate degli M nodi del dominio di calcolo (punti ricettori) sono (X_k, Y_k) , potremmo allora procedere con il seguente algoritmo:

1. si considera la prima sorgente puntuale di coordinate (X_i, Y_i) e di altezza h_i ;
2. si prende il primo punto ricettore di coordinate (X_k, Y_k) e si calcolano x_k ed y_k ;
3. se $x_k \leq 0$ allora il punto ricettore è sovrapposto alla sorgente e darà un contributo nullo alla concentrazione media dell'inquinante. Se invece $x_k > 0$ allora dovremo calcolare il contributo di concentrazione nel punto ricettore considerato, impiegando la relazione (18). Questo contributo andrà poi a sommarsi a quello derivante dalle sorgenti precedentemente considerate;
4. viene applicato un ciclo che ripete il passo 2 per tutti gli M ricettori, determinando così il contributo della sorgente i -esima selezionata al passo 1 sull'intero dominio di calcolo;
5. viene realizzato un ciclo che ripete il passo 1 considerando una nuova sorgente puntuale, non ancora considerata, fino ad esaurirle tutte. Quello che si ottiene alla fine è la concentrazione media in tutti i punti del reticolo di calcolo nel periodo di osservazione considerato.

2.3 Stima del Plume Rise

Uno degli aspetti più studiati del modello Gaussiano è l'innalzamento del baricentro del pennacchio (*plume rise*) emesso da una sorgente puntuale. Ricordiamo che l'altezza h_m alla quale è posto il baricentro del plume, detta *altezza efficace*, è definita come

$$h_m = h_s + \Delta h \quad (35)$$

con h_s altezza fisica della sorgente puntuale e Δh plume rise, che varia con la distanza sottovento x e cresce con essa verso un valore di equilibrio.

I fumi emessi da una ciminiera sono ovviamente dotati di una propria velocità e temperatura. Quando improvvisamente questi vengono a contatto con l'atmosfera circostante, l'aria ambientale tende a rimescolarsi con i gas del pennacchio e a diminuirne progressivamente la velocità ascensionale e la temperatura, fino a farli disperdere al proprio interno. I fumi emessi dalle ciminiere hanno solitamente una temperatura che si aggira attorno ai 150°C e una velocità ascensionale iniziale di $20\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La grande differenza di temperatura con l'aria ambientale e la notevole spinta ascensionale derivante dalla quantità di moto iniziale di cui i gas del plume sono dotati, fa sì che esso abbia inizialmente una grande forza di galleggiamento. Al punto di emissione del plume normalmente le velocità medie dei due fluidi (i gas del pennacchio e l'aria ambientale) sono tra di loro perpendicolari e ci si può aspettare intuitivamente che il moto e lo stato di turbolenza del PBL alterino il moto ascensionale del pennacchio, piegandone la direzione fino a renderlo concorde con la velocità delle masse d'aria del PBL. Maggiore sarà la spinta ascensionale del fumo e maggiore sarà la quota alla quale avverrà tale livellamento. Terminata questa fase, il pennacchio resta totalmente incorporato nel PBL e diviene indistinguibile da esso.

Vogliamo ora individuare delle relazioni operative che ci consentano di descrivere quantitativamente il lento adeguamento del pennacchio di fumo col mondo esterno. Non dovrebbe esserci alcuna differenza di trattazione tra il problema del plume rise e quello della sua dispersione, tuttavia, vista la complessità del primo, esso non potrà essere interpretato attraverso un modello così semplificato come quello Gaussiano. Per questo motivo le due trattazioni vengono tenute separate. Viene utilizzato a tale scopo una *modellazione integrale*, ovvero si fa l'ipotesi che ogni sezione trasversale del plume sia caratterizzata da valori costanti delle principali variabili fisiche descrittive (ad esempio densità, temperatura e velocità dei fumi verranno considerate costanti per tutta la sezione del plume fino al suo bordo esterno). Tale tipo di *profilo* viene detto *top hat*. Sotto questa ipotesi possiamo riscrivere le equazioni per il bilancio di massa, la quantità di moto e di energia in modo più semplice ed utilizzando un'opportuna chiusura.

2.3.1 La fenomenologia dell'Entrainment

Generalità. Consideriamo per cominciare il pennacchio di fumo emesso da una ciminiera industriale. Inizialmente esso presenta una dimensione trasversale coincidente con la superficie interna del camino e si muove lungo la verticale. Successivamente si innalza nel PBL e piega progressivamente il proprio baricentro nella direzione sottostante, aumentando di volume. A livello istantaneo la fenomenologia è la stessa ma decisamente più irregolare. Per semplicità supponiamo allora di seguire l'andamento medio del plume nel tempo, integrando le varie situazioni istantanee.

Costruiamo una superficie ideale che separi il plume dall'ambiente esterno. Tale superficie ideale, detta *bordo del plume*, separa due fluidi turbolenti aventi proprietà fisiche e chimiche differenti. In particolar modo l'aria ha una composizione chimica che in media varia poco da punto a punto e al passare del tempo, mentre i fumi sono figli del processo che li ha generati. La separazione chimica tra questi due fluidi è quindi piuttosto netta, per poi andare a diminuire man mano che i gas emessi si allontanano dalla ciminiera e si mescolano con l'aria ambientale, finché diventano indistinguibili con questa. Anche dal punto di vista fisico le differenze sono piuttosto marcate. Per prima cosa l'aria del PBL ha un moto turbolento mediamente orizzontale, mentre i fumi hanno anch'essi un'elevata turbolenza ma con un moto medio prevalentemente verticale. Inoltre i fumi hanno molto spesso una temperatura molto superiore a quella dell'aria entro cui vengono emessi.

Nella realtà il bordo del plume non esiste e i due fluidi vengono immediatamente a contatto interagendo tra di loro.

Il modo con cui un plume emesso si comporta dipende da molti fattori:

1. dalle modalità di emissione, e quindi dall'altezza del punto di emissione, dalla velocità che i fumi hanno allo sbocco della ciminiera e dalla loro temperatura;

2. dallo stato dell'atmosfera, e quindi dal suo livello di turbolenza. Infatti i pennacchi emessi durante le ore convettive sono ben diversi da quelli emessi in atmosfera stabile.

L'evoluzione del plume in aria è dovuta principalmente a due processi: l'*entrainment*, ovvero l'inglobamento di aria entro il plume, e il *detrainment*, ovvero la perdita del plume nell'atmosfera. Possiamo descrivere questi due fenomeni a livello qualitativo considerando un volume posto a cavallo della superficie ideale, che separa il plume dall'aria circostante. Vediamo dapprima il processo di entrainment,

Tra il plume e l'aria circostante si viene a creare un gradiente di velocità, e ciò determina un intenso stress di taglio che genera inizialmente vortici a struttura cilindrica con asse perpendicolare alla direzione del moto e con un diametro in continuo aumento. Tali vortici catturano aria ambientale e la inseriscono all'interno del plume. Ciò porta non solo ad un aumento di dimensioni del plume stesso, ma anche dei vortici.

Durante il fenomeno di entrainment vengono catturate particelle d'aria, ciascuna avente una propria velocità e temperatura, e vengono inserite in un'ambiente con temperatura e velocità differenti. Tali particelle trasferiranno le loro proprietà nel plume: la velocità prevalentemente orizzontale di queste dovrà quindi adattarsi a quella prevalentemente verticale del plume, ed il risultato finale sarà una perdita progressiva da parte di quest'ultimo del suo moto verticale, a favore di una sempre maggiore componente orizzontale. E' per tale motivo che il pennacchio piegherà progressivamente il proprio baricentro nella direzione sottovento.

Allo stesso tempo, la quantità di moto portata dalle particelle d'aria nel plume determinerà una progressiva perdita di quantità di moto specifica (per unità di volume) del pennacchio.

Il contenuto termico del PBL portato dalle particelle nel plume farà inoltre sì che questo sia sempre meno distinguibile, finché non si avrà più una sua identificazione con l'aria del PBL.

Contemporaneamente, si instaura anche un processo inverso, ovvero di trasferimento di particelle di plume nell'aria del PBL, detto *detrainment*. Anch'esso contribuisce al plume rise e alla sua erosione, che continuerà finché esso non andrà a perdere tutte le sue proprietà caratteristiche originali.

Un possibile modello. Cerchiamo di costruire un modello per descrivere il processo di entrainment. Consideriamo una situazione semplificata in cui una particella finita, avente un certo volume e raggio R , si muova con una velocità v_r entro l'aria del PBL. Tale movimento, come detto, crea sulla superficie esterna della particella dei vortici a simmetria cilindrica, ognuno dei quali costituisce un evento di entrainment. Ciascun vortice nasce, aumenta di dimensioni e poi si dissolve nel tempo. Si può dimostrare che, per un fluido omogeneo e stazionario, il tasso di crescita di tali vortici è uguale a quello della propria dissoluzione, e che la frequenza con cui nascono è direttamente proporzionale alla loro velocità e inversamente proporzionale alla loro dimensione. Possiamo così determinare un *tasso di entrainment*, espresso come massa d'aria m_e inglobata per unità di lunghezza dai vortici generati, pari a

$$m_e = C \cdot R v_r \cdot \rho \quad (36)$$

con C costante e ρ densità dell'aria. Si ottiene così un tasso di entrainment direttamente proporzionale alla velocità della particella. Il modello così creato è microscopico, e non è quindi adatto per essere utilizzato nella pratica. Se sostituiamo tuttavia una porzione di plume al posto della particella, ed ipotizziamo che essa si muova rispetto all'aria circostante con una velocità w , potremo definire una velocità di entrainment u_e uguale alla velocità con cui l'aria viene inglobata dal plume, e possiamo inoltre postulare una relazione di questo tipo:

$$u_e = \alpha w \quad (37)$$

con α costante opportuna.

2.3.2 Il modello integrale di plume rise

Se si vuole introdurre il fenomeno del plume rise entro modelli che simulano la dispersione degli inquinanti, è necessario semplificare drasticamente il problema soprattutto se il modello in questione è stazionario di tipo Gaussiano. La prima cosa che dobbiamo fare è quindi costruire un modello integrale di plume rise, ovvero un *modello differenziale* che descriva nel modo più compatto possibile l'evoluzione del plume nell'atmosfera. Tale modello si basa su una versione semplificata del bilancio di massa, della quantità di moto e di calore, quindi non è totalmente semiempirico.

Il vertical plume. Prendiamo in considerazione una situazione di vento debole, generalmente indicata con il nome di *vertical plume*, in cui il fumo emesso sale in maniera pressochè verticale, aumentando la propria sezione orizzontale con il progressivo inglobamento dell'aria circostante.

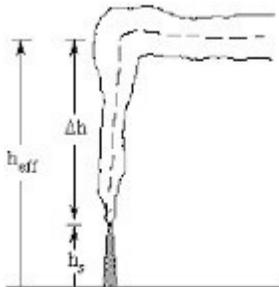


Figure 6: Visione schematica di un vertical plume rise

Introduciamo subito alcune semplificazioni. Analizziamo la situazione media, in cui i puff istantanei emessi e pieni di irregolarità possono essere visti come un plume sostanzialmente di forma conica col vertice posto nel punto di emissione. Sezioniamo il plume ad una generica quota z sopra il punto di emissione. Vediamo subito che la simmetria circolare, in media, non è andata perduta, e che inoltre la temperatura dei fumi e la loro velocità verticale risulta, sempre in media, distribuita in maniera Gaussiana con il massimo collocato sulla verticale al punto di emissione.

Poichè utilizzare tale distribuzione per la temperatura e la velocità dei gas emessi non è semplice, possiamo adottare una strategia top-hat, per cui possiamo ipotizzare che sia la velocità che la temperatura dei fumi siano costanti entro il plume, e che la sua sezione abbia un raggio R proporzionale alla deviazione standard della distribuzione orizzontale della velocità ascensionale dei fumi. Ipotizziamo che la pressione di questi ultimi sia coincidente con quella atmosferica.

In conclusione, in presenza di vento debole, i gas emessi si raccolgono in un plume verticale che si innalza aumentando il proprio raggio R , fino ad una certa quota Δh , rispetto alla quota h_s di emissione, dove si ha l'arresto del plume e la sua dispersione orizzontale. Ricapitolando, il plume è caratterizzato da:

- un'altezza fisica h_s rispetto al suolo, alla quale vengono emessi i fumi;
- un raggio R , che cresce con la quota z fino al raggiungimento della quota $h_s + \Delta h$, rispetto al suolo;
- una pressione identica a quella atmosferica;

- una temperatura T_f costante entro tutto il plume, visto che si è adottata una visione top-hat;
- una velocità ascensionale w costante entro tutto il plume.

Sviluppiamo a questo punto il bilancio di massa, della quantità di moto verticale e di energia.

Bilancio di massa Consideriamo due quote del vertical plume, z e $z+dz$, vicine tra di loro. La porzione di plume definita da queste due quote rappresenta il volume di controllo su cui si basa il bilancio di massa. Affinchè la massa sia bilanciata è necessario che il flusso di massa uscente dal volume di controllo alla quota $z+dz$ sia uguale alla somma tra la massa in entrata alla quota z e la massa d'aria catturata per entrainment dal plume in ascesa. Possiamo quindi scrivere che:

$$[\rho\pi R^2 w]_{z+dz} = [\rho\pi R^2 w]_z + [\rho_0 2\pi R u_e dz] \quad (38)$$

con ρ densità del plume, ρ_0 densità dell'aria ambientale, R raggio del plume, w sua velocità ascensionale, ed u_e velocità di entrainment. Abbiamo già visto nella relazione 37 come il tasso di inglobamento dell'aria sia direttamente proporzionale alla velocità di ascesa dei fumi. Sperimentalmente è stato anche dimostrato che il coefficiente di proporzionalità α è circa $\alpha \sim 0.1$ per il vertical plume. Si può così giungere alla seguente relazione finale per il bilancio di massa:

$$\frac{d}{dz} (R^2 w) = 2\alpha R w \quad (39)$$

Possiamo inoltre definire il flusso di massa Γ attraverso ogni sezione ad una quota z per un vertical plume

$$\Gamma = \pi R^2 w \quad (40)$$

ed il flusso di massa

$$V = R^2 w \quad (41)$$

Il flusso verticale della quantità di moto del plume è invece espresso come:

$$\Pi = (\rho\pi R^2 w) \cdot w = \rho\pi R^2 w^2 \quad (42)$$

Possiamo quindi introdurre, anche in questo caso, un flusso verticale di quantità di moto M :

$$M = R^2 w^2 = V \cdot R \quad (43)$$

Utilizzando questi parametri il bilancio di massa può essere anche riscritto come:

$$\frac{dV}{dz} = 2\alpha M^{1/2} \quad (44)$$

Bilancio della quantità di moto La quantità di moto può variare solo a causa dell'azione di una forza esterna. Nel caso del vertical plume la forza esterna che agisce sui fumi è la forza di galleggiamento dovuta alla differenza di temperatura tra i gas emessi e l'aria circostante, e quindi la differenza di densità tra l'aria ed i fumi. Prendiamo una porzione di plume ed applichiamo la legge di Archimede. Quello che otteniamo è che:

$$dF_b = \pi R^2 dz \cdot \rho_a \cdot g - \pi R^2 dz \cdot \rho \cdot g = (\rho_a - \rho) g \pi R^2 dz \quad (45)$$

con ρ_a densità dell'aria e ρ densità dei fumi. Tale relazione ci dice quindi che la forza di galleggiamento è uguale alla differenza tra il peso dell'aria spostata dalla porzione di plume ed il suo peso effettivo. Se introduciamo la *gravità ridotta*, definita come

$$g' = g \frac{\rho_a - \rho}{\rho_a} \quad (46)$$

avremo che:

$$dF_b = \rho_a g' \pi R^2 dz \quad (47)$$

Formalizziamo a questo punto il bilancio di quantità di moto per la porzione di plume. In sostanza la forza di galleggiamento è uguale alla differenza di quantità di moto alla quota $z+dz$ e la quantità di moto alla quota z , una volta ignorata la quantità di moto trasportata dall'aria inglobata. Avremo quindi che:

$$[\rho \pi R^2 w^2]_{z+dz} - [\rho \pi R^2 w^2]_z = \rho_a g' \pi R^2 dz \quad (48)$$

cioè:

$$d[\rho \pi R^2 w^2] = \rho_a g' \pi R^2 dz \quad (49)$$

Utilizzando l'approssimazione di Boussinesq secondo cui $\rho_a \approx \rho$, la relazione precedente si riduce a

$$\frac{d}{dz} (R^2 w^2) = g' R^2 \quad (50)$$

forma base del bilancio della quantità di moto verticale del plume. Anche in questo caso per praticità possiamo introdurre un flusso di galleggiamento F :

$$F = g \left(\frac{\rho_a - \rho}{\rho} \right) R^2 w = g \left(\frac{T_f - T_a}{T_f} \right) R^2 w = g \left(\frac{T_f - T_a}{T_f} \right) \cdot V \quad (51)$$

Ricordando poi la definizione del flusso di quantità di moto verticale M , possiamo infine riscrivere il bilancio come:

$$\frac{dM}{dz} = \frac{F}{w} \quad (52)$$

Bilancio di calore Il calore nel volume di controllo del plume può variare solo se avviene uno scambio termico tra il plume e l'esterno. Trascurando processi di conduzione e convezione, ci può essere un trasferimento di calore tra l'aria e il plume solo attraverso il processo di entrainment. Se chiamiamo θ la temperatura potenziale dei fumi e θ_a la temperatura potenziale dell'aria, il bilancio di calore potrà essere scritto come:

$$d[\rho \pi R^2 w \cdot C_{pf} \theta]_{Flusso\ di\ massa} = [2\pi R dz \cdot u_e]_{Flusso\ di\ massa\ esterno} \cdot \rho_0 C_p \theta_a \quad (53)$$

Ai fini pratici il calore specifico dei fumi e il calore specifico dell'aria possono essere considerati coincidenti. Possiamo così riscrivere che:

$$\frac{d}{dz} [\rho \theta R^2 w] = 2R u_e \cdot \rho_a \theta_a \quad (54)$$

Ricordando l'equazione per il bilancio di massa e la definizione di flusso di massa V , possiamo anche riscrivere

$$\frac{d}{dz} [\rho\theta \cdot V] = \rho_a\theta_a \frac{dV}{dz} \quad (55)$$

Introduciamo a questo punto l'ipotesi che la densità dei fumi sia prossima a quella dell'aria. Allora:

$$\frac{d}{dz} [\theta \cdot V] = \theta \frac{dV}{dz} \quad (56)$$

Poniamo infine per comodità $\theta = \theta_a + \theta'$ ed introduciamolo nella relazione precedente. Dopo alcuni passaggi si giunge a:

$$\frac{dF}{dz} = -sV \quad (57)$$

con $s = \frac{g}{T_a} \frac{d\theta_a}{dz}$, quadrato della frequenza di Brunt-Vaisala.

Quadro d'insieme delle relazioni di bilancio Sviluppate i bilanci per un vertical plume si ottiene un sistema di tre equazioni differenziali ordinarie rispetto a z . Se vogliamo trasformare tali relazioni in derivate rispetto al tempo, basterà moltiplicare entrambi i membri di ciascuna equazioni per $w=dz/dt$. In questo modo si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 2\alpha M^{1/2} w \\ \frac{dM}{dt} &= F \\ \frac{dF}{dt} &= -s(Vw) = -sM \end{aligned} \quad (58)$$

Il bent-over plume Quando la velocità del vento U è sufficientemente elevata ($U > 1$ m/s), allora il pennacchio s'innalzerà in atmosfera e contemporaneamente si piegherà nella direzione sottovento, diventando così orizzontale dopo una distanza x pari ad alcune volte l'altezza fisica dell'emissione. Un plume di questo tipo è detto *bent-over plume*, ed è mostrato nella Fig.7.

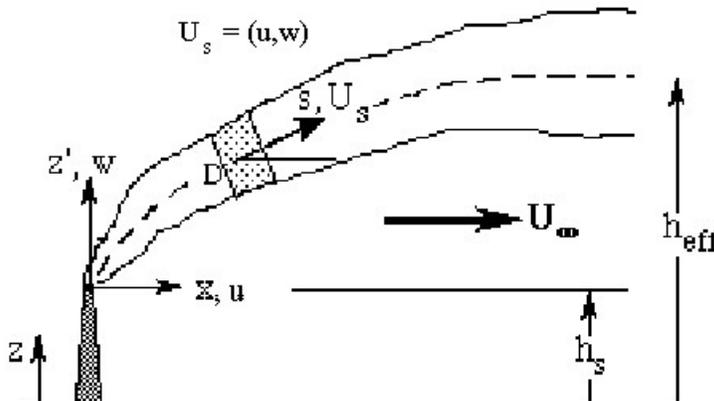


Figure 7: Bent-over plume

La trattazione del bent-over plume è più complessa di quella del vertical plume, a causa della presenza contemporanea nel pennacchio sia del moto ascensionale con velocità w che del moto di traslazione, che può essere descritto dalla velocità del vento U . Per poter realizzare i bilanci di massa, quantità di moto verticale e calore dovremmo definire un nuovo volume di controllo, come quello illustrato nella Fig.8.

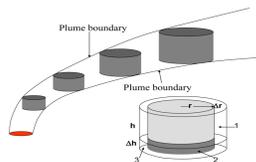


Figure 8: Volumi di controllo nel caso di un bent-over plume

Definiamo anche in questo caso un flusso di massa V , un flusso di quantità di moto M ed un flusso di galleggiamento F . In particolar modo sarà:

$$\begin{aligned} V &= UR^2 \\ M &= wV \\ F &= \frac{g}{T_f} (T_f - T_a) V \end{aligned} \tag{59}$$

Nel caso di bent-over plume i bilanci prenderanno quindi la seguente forma:

$\frac{dV}{dz} = 2\beta RU$	(60)
$\frac{dM}{dz} = \frac{F}{w}$	(61)
$\frac{dF}{dz} = -\frac{sV}{S}$	(62)

con $\beta = 0.6$ parametro di entrainment ed $S=2.3$ costante geometrica. Nel caso in cui U sia costante il bilancio di massa si riduce ad $R = \beta z$ secondo cui la dimensione del bent-over plume cresce linearmente con la quota. Analogamente a quanto detto prima se vogliamo trasformare tali bilanci in derivate temporali basterà moltiplicare per $w=dz/dt$ entrambi i parametri delle equazioni, ottenendo così:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 2\beta RUw \\ \frac{dM}{dt} &= F \\ \frac{dF}{dt} &= -\frac{sV}{S}w \end{aligned} \tag{63}$$

Il caso generale Nel caso generale di un plume qualsiasi possiamo dire che:

- il raggio R , il flusso di massa V , il flusso di quantità di moto M e di galleggiamento F possono essere definiti

come:

$$\begin{aligned}
R &= \sqrt{\frac{V+F/g}{u_p}} \\
V &= \frac{T_a}{T_f} u_p R^2 \\
M &= \frac{T_a}{T_f} u_p R^2 w_p \\
F &= g u_p R^2 \left(1 - \frac{T_a}{T_f}\right)
\end{aligned} \tag{64}$$

- una volta che conosciamo le componenti orizzontale e verticale del plume, definite come:

$$u_p = \sqrt{U^2 + w_p^2} \tag{65}$$

$$w_p = M/V \tag{66}$$

possiamo riscrivere le equazioni di bilancio rispetto al tempo:

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= 2R (\alpha w_p^2 + \beta U w_p) \\
\frac{dM}{dt} &= F \\
\frac{dF}{dt} &= -\frac{sM}{u_p} \left(\frac{U}{S} + w_p\right)
\end{aligned}$$

dove restano ancora $\alpha = 0.1$ e $\beta = 0.6$.

Se integriamo queste equazioni partendo dalle condizioni iniziali, arriviamo alle seguenti relazioni:

$$R_0 = R_s \sqrt{\frac{w_s}{\sqrt{U^2 + w_s^2}}} \tag{67}$$

$$V_0 = \frac{T_a}{T_{f_0}} w_s R_s^2 \tag{68}$$

$$M_0 = \frac{T_a}{T_{f_0}} w_s^2 R_s^2 \tag{69}$$

$$F_0 = g w_s R_s^2 \left(1 - \frac{T_a}{T_{f_0}}\right) \tag{70}$$

dove R_s è il raggio interno della ciminiera, w_s la velocità ascensionale dei fumi e T_{f_0} la temperatura alla bocca della ciminiera. Ciò che manca a questo modello è una stopping rule, ovvero una regola che ci dica quando terminare l'integrazione perchè il plume ha raggiunto la quota di livellamento. Si è concordi nel dire che il plume rise ha termine quando le condizioni di turbolenza del plume sono indistinguibili da quelle dell'atmosfera in cui si trova. In particolare, se z è una quota misurata dall'altezza di emissione ed η è una costante numerica, allora il plume rise avrà un tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta pari a:

$$\varepsilon_p = \eta \frac{w_p^3}{z} \tag{71}$$

uguale al tasso di dissipazione di energia cinetica dell'atmosfera ε .

2.3.3 Semplificazioni operative

I modelli di plume rise visti presentano delle relazioni in forma differenziale, che non sono quindi adatte ad un impiego operativo nel modello stazionario Gaussiano. Cerchiamo quindi una possibile modalità operativa, che ci consenta di disporre di semplici relazioni algebriche.

Flusso di galleggiamento e momento di flusso Come già visto precedentemente, vi sono due variabili di maggiore importanza per il plume rise, dette flusso di galleggiamento e flusso di momento, che qui riscriviamo rispettivamente come F_B ed F_M . Il flusso di galleggiamento è definito dalla seguente relazione

$$F_B = \frac{gV_q}{\pi} \frac{T_s - T_a}{T_s} \quad (72)$$

dove V_q è il flusso di volume, T_s la temperatura di uscita del pennacchio, e T_a la temperatura dell'aria ambientale. Il flusso di moto è invece dato dalla seguente relazione:

$$F_M = \frac{w_s V_q}{\pi} \frac{T_a}{T_s} \quad (73)$$

dove w_s è la velocità di uscita del pennacchio ed r il raggio del camino.

Per emissioni industriali calde, il flusso di galleggiamento rappresenta l'effetto dominante. Nelle nostre equazioni per il plume rise, invece, sia F_B che F_M verranno considerate nel plume rise iniziale, mentre solamente uno dei due parametri verrà considerato per il plume rise finale.

Scelta di Δh L'intero processo per determinare un valore di Δh consiste nel prendere in considerazione diversi candidati e sceglierne poi uno tra questi.

L'innalzamento progressivo Prendiamo in considerazione un bent-over plume (il più comune che possa capitarcì) e cerchiamo delle relazioni algebriche che lo descrivano. Ipotizziamo che il plume possa innalzarsi in un PBL essenzialmente adiabatico e che tra il plume e l'atmosfera non ci sia alcuno scambio di calore, ipotesi che possiamo fare visto che il bent-over plume è poco condizionato nella sua fase iniziale dalla stabilità atmosferica e dalla turbolenza.

Il caso di un jet Se i fumi emessi dalla ciminiera hanno una temperatura molto vicina a quella atmosferica, allora essi costituiscono un jet, il cui innalzamento dipende solo ed esclusivamente dalla quantità di moto verticale posseduta al momento dell'emissione. Consideriamo inoltre un vento U abbastanza elevato, in modo da aver un bent-over plume. Poichè F è praticamente nulla, allora potremmo scrivere che:

$$\frac{dM}{dz} = 0 \implies \frac{d}{dz}(wV) = 0 \implies \frac{d}{dz}(R^2 U w) = 0 \implies R^2 U w = \text{costante} = M_0 = w_s^2 R_s^2 \quad (74)$$

Essendo poi $w = \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} = U \frac{dz}{dx}$, e valendo per R la relazione $R = \gamma \cdot z$, si può facilmente ricavare che:

$$\Delta h = z = \left(\frac{3M_0}{\gamma^2 U^2} \right)^{1/3} x^{1/3} \quad (75)$$

Plume con quantità di moto e buoyancy Supponiamo ora che il plume abbia una certa quantità di moto ed una buoyancy iniziale, e che tale buoyancy si conservi e mantenga un valore di emissione F_0 . Durante il processo non avverranno quindi scambi di calore tra il plume e l'atmosfera: esso sarà cioè adiabatico. Tale situazione è ben approssimata all'inizio, sia in condizioni stabili che convettive. In base alle ipotesi fatte potremmo allora scrivere, analogamente a quanto fatto precedentemente, che:

$$\frac{dM}{dt} = F_0 \implies \frac{d}{dt}(UR^2 w) = F_0 \implies \frac{d}{dx}(UR^2 w) = \frac{F_0}{U} \quad (76)$$

Integrando dal punto di emissione alla distanza x sottovento avremo:

$$wUR^2 = M_0 + F_0 \frac{x}{U} \quad (77)$$

da cui vediamo che a distanze $x > U \frac{M_0}{F_0}$ la buoyancy diventa più importante della quantità di moto iniziale nel determinare l'innalzamento dei fumi. Essendo poi $R = \beta \cdot z$, allora si ottiene facilmente che:

$$\Delta h = z = \left(\frac{3M_0}{\gamma^2 U^2} x + \frac{3F_0}{2\beta^2 U^3} x^2 \right)^{1/3} \quad (78)$$

con $\beta = 0.6$ e $\gamma = 0.4 + 1.2 \frac{U}{w_s}$. In conclusione:

$$\Delta h(x) = z = \left(\frac{3M_0}{\left(0.4 + 1.2 \frac{U}{w_s}\right)^2 U^2} x + (1.6)^3 \frac{F_0}{U^3} x^2 \right)^{1/3} \quad (79)$$

Se poi la quantità di moto è trascurabile la relazione si trasforma in:

$$\Delta h(x) = z = 1.6 \cdot \frac{F_0^{1/3}}{U} x^{2/3} \quad (80)$$

Le relazioni viste descrivono il plume nella fase in cui non ha ancora raggiunto l'equilibrio, ma non sono in grado di individuare questa quota di livellamento, visto che trascurano completamente le caratteristiche dell'atmosfera che sono sempre più rilevanti con il crescere del plume rise.

L'innalzamento finale Una volta aver determinato delle relazioni algebriche che descrivono il *transitional plume rise*, ovvero la fase in cui il plume rise continua a salire, è necessario trovarne altrettante per il *final plume rise*, ovvero la fase in cui l'innalzamento si arresta e il plume raggiunge una quota di livellamento. Tale arresto può essere dovuto o alla perdita di buoyancy rispetto all'aria circostante, oppure al raggiungimento da parte della turbolenza interna dei livelli di quella atmosferica.

Il plume rise finale, cioè l'innalzamento del plume all'equilibrio (che viene raggiunto a distanze sottovento variabili con la stabilità del PBL) dipende dalle condizioni di stabilità e dai flussi di galleggiamento e di quantità di moto iniziali. Sono state messe a punto, sulla base delle relazioni introdotte in precedenza, varie formule analitiche capaci di determinare l'innalzamento all'equilibrio in numerose situazioni particolari, tuttavia ad oggi non esiste una relazione del tutto generale. Operativamente, qui di seguito vengono riportate le principali relazioni particolari, mentre pragmaticamente assumeremo come innalzamento all'equilibrio il valore massimo tra i risultati da esse ottenuti.

Atmosfera stabile In condizioni stabili il plume ingloba l'aria circostante e la trasporta con se verso l'alto, dove l'atmosfera è più calda, fino a quando il galleggiamento non diventa negativo e il pennacchio si arresta. Se consideriamo contemporaneamente l'equazione del bilancio della quantità di moto e quella di buoyancy possiamo ricavare che:

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = -\frac{s}{S} M \quad (81)$$

con s quadrato della frequenza di Brunt-Vaisala rappresentante la stabilità dell'atmosfera. Tale equazione è quella di un oscillatore armonico, e la sua soluzione generale è:

$$M = Ae^{js't} + Be^{-js't} \quad (82)$$

con $s'=s/S$. Per determinare i coefficienti A e B è necessario conoscere a $t=0$ il valore di M e di dM/dt , valori che si possono ricavare da F_0 ed M_0 . In conclusione possiamo arrivare ad una relazione di questo tipo:

$$\Delta h(t) = z'(t) = \left(\frac{3S}{\beta^2 U_s} \right)^{1/3} [\omega M_0 \sin(\omega \cdot t) + F_0(1 - \cos(\omega \cdot t))]^{1/3} \quad (83)$$

con $\omega = \sqrt{s'}$. Tale relazione ci dice che il plume, a causa della stabilità atmosferica, continua ad oscillare attorno ad una posizione di equilibrio. Nella pratica è stato visto che solitamente il plume compie due o tre oscillazioni attorno ad un punto di equilibrio, per poi stabilizzarsi su un valore finale pari a:

$$\Delta h_f = z_f = 2.6 \left(\frac{F_0}{U_s} \right) \quad (84)$$

che ci da quindi l'innalzamento massimo del plume. Nella pratica, per poter utilizzare tale formula, dobbiamo conoscere il parametro di stabilità s, e quindi il gradiente verticale di temperatura potenziale che può essere determinato tramite la Teoria della Similarità che lega u_* ed H_0 . Applicando i profili di Businger possiamo scrivere:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta_*}{\kappa} \left(\frac{0.74}{z} + \frac{4.7}{L} \right) \quad (85)$$

dove

$$\theta_* = \frac{u_*^2}{\kappa L \frac{g}{T_a}} \quad (86)$$

Otteniamo così che:

$$s = \frac{u_*^2}{\kappa^2} \left(\frac{0.74}{zL} + \frac{4.7}{L^2} \right) \quad (87)$$

Nel caso di un jet la nostra relazione si riduce a:

$$\Delta h = 1.1 \left(\frac{M_0}{U \left(0.4 + 1.2 \frac{U}{w_s} \right)^2} \right)^{1/3} \frac{1}{s^{1/6}} \quad (88)$$

In conclusione per un'atmosfera stabile vediamo come Δh cresca dal punto di emissione seguendo la legge del transitional plume rise fino a raggiungere la situazione di equilibrio caratterizzata da Δh_f .

Atmosfera prossima all'adiabaticità In una situazione leggermente convettiva o leggermente stabile i fumi emessi salgono inizialmente seguendo la relazione di transitional plume rise, fino a raggiungere una quota di equilibrio a cui si stabilizza, in corrispondenza della quale il tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta interna al plume eguaglia quello di dissipazione dell'atmosfera. In tali condizioni di quasi adiabaticità, caratterizzate da una forte turbolenza meccanica e trascurabile turbolenza convettiva, l'innalzamento massimo dipenderà dalla velocità del vento U, dal livello di turbolenza meccanica presente in atmosfera u_* e dalla quota di emissione h_s .

Se nei fumi emessi prevale il galleggiamento allora possiamo giungere alla seguente relazione:

$$\Delta h_f = 1.17 \left(\frac{F_0}{U u_*^2} \right)^{3/5} \left(\frac{h_s + \Delta h_f}{F(L)} \right)^{2/5} \quad (89)$$

con L lunghezza di Monin-Obukhov ed $F(L)$ espressa da

$$F(L) = \begin{cases} 1 & \text{se } L < 0 \\ 1 + 3.7 \frac{h_s + \Delta h}{L} & \text{se } L > 0 \end{cases} \quad (90)$$

Se invece nei fumi emessi prevale la quantità di moto, allora l'innalzamento massimo del plume sarà dato da:

$$\Delta h_f = 0.93 \cdot \left(0.4 + 1.2 \frac{U}{w_s}\right)^{-6/7} \left(\frac{F_0}{U u_*^2}\right)^{3/7} \left(\frac{h_s + \Delta h_f}{F(L)}\right) \quad (91)$$

dove la $F(L)$ è la stessa vista precedentemente.

Nei modelli Gaussiani meno recenti sia nelle situazioni adiabatiche che in quelle convettive il plume rise veniva descritto dalla relazione del transient plume rise per distanza sottovento $x < x_f$, con

- $x_f = 49F_0^{5/8} x$ se $F_0 < 55m^4s^{-3}$
- $x_f = 119F_0^{2/5}$ se $F_0 \geq 55m^4s^{-3}$

Per distanze maggiori, invece, il plume rise restava inalterato e si ipotizzava che avesse raggiunto il suo valore di equilibrio.

Atmosfera convettiva Il fatto che il modello Gaussiano rappresenti, almeno formalmente, la soluzione stazionaria dell'equazione Eurliana del trasporto e della diffusione turbolenta con chiusura di tipo K fa sì che non sia possibile trattare con tale modello delle situazioni caratterizzate da forte convettività. Tuttavia, se la convettività è moderata, possiamo sempre ipotizzare che nelle fasi iniziali il plume in cui prevale la buoyancy s'innalzi seguendo la relazione 79 fino a raggiungere una quota di livellamento che dipende da F_0 , da U , dalla buoyancy dell'atmosfera g/T e dal flusso di calore sensibile H_0 che è un indicatore del livello di convettività. Definiamo poi

$$H_* = \frac{g}{T} \frac{H_0}{\rho C_p} \quad (92)$$

Possiamo allora ricavarci la seguente relazione:

$$\Delta h_f = 4.3 \left(\frac{F_0}{U}\right)^{3/5} H_*^{-2/5} \quad (93)$$

Se invece nel plume prevale la quantità di moto allora, con analoghe considerazioni, potremmo scrivere:

$$\Delta h_f = 1.3 \left(0.4 + 1.2 \frac{U}{w_s}\right)^{-6/7} \left(\frac{M_0}{U}\right)^{3/7} H_*^{-1/7} \quad (94)$$

La penetrazione dell'inversione in quota L'Entrainment Layer è lo strato che separa il PBL dall'atmosfera libera ed è caratterizzato da un forte gradiente positivo di temperatura potenziale (inversione in quota) costituendo così una barriera difficile da superare. Il suo spessore varia a seconda delle situazioni tipiche del PBL ed influenza in maniera determinante l'innalzamento dei pennacchi derivanti da sorgenti dotate di elevato galleggiamento e/o quantità di moto. Se il plume penetra nell'EL, allora il suo impatto al suolo potrebbe essere decisamente minore

rispetto al caso in cui invece non vi sia alcuna penetrazione, e quindi il plume rimanga intrappolato nel Mixed Layer. Per trattare un caso di questo tipo supponiamo di trovarci in una tipica situazione convettiva ed immaginiamo di avere

$$h_s + \Delta h_f > z_i \quad (95)$$

I modelli Gaussiani di vecchia generazione ci dicono che il plume ha penetrato l'EL e non fornisce alcun contributo alla concentrazione al suolo, cosa tuttavia più volte contraddetta dalle osservazioni sperimentali. Infatti queste rivelano che il plume riesce a penetrare solo parzialmente nell'EL e la parte restante, intrappolata nel ML, interagisce con il suolo fornendo un contributo alla concentrazione di inquinante. Più recentemente, invece, è stato evidenziato come un plume, ad una distanza sottovento x e con un plume rise $\Delta h(x)$, abbia uno spessore verticale pari a circa $\Delta h(x)$, e quindi il plume si estende da $h_s - 0.5\Delta h(x)$ ad $h_s + 0.5\Delta h(x)$. Definendo l'altezza dello strato di emissione $z_d = z_i - h_s$, attraverso semplici considerazioni geometriche, si può concludere che il plume in questione resta completamente bloccato sotto l'inversione se $\frac{z_d}{\Delta h_f} > 1.5$. Al contrario il plume resta completamente sopra l'inversione se $\frac{z_d}{\Delta h_f} < 0.5$, ed il suo contributo alla concentrazione al suolo è nullo. Tra quelle appena citate esiste ovviamente tutta una gamma di situazioni intermedie da quantificare. A tale scopo possiamo definire un *Coefficiente di Penetrazione P* che rappresenta la porzione di plume che si colloca sopra l'inversione e l'intero plume. In tal modo tutte le situazioni intermedie nelle quali si viene a trovare il plume presentano un P dato da:

$$P = 1.5 - \frac{z_d}{\Delta h_f} \quad (96)$$

che varia tra 0 ed 1. In base al valore assunto da P possiamo stabilire la reale influenza del plume.

Se $P=1$ allora il plume ha penetrato completamente l'inversione, se $0 < P < 1$ allora solo la frazione P del plume ha penetrato l'inversione, se $P=0$ il plume è rimasto intrappolato nel PBL. Nel secondo caso abbiamo due aspetti importanti:

- dato che una parte del plume ha abbandonato il PBL, allora i suoi effetti saranno ridotti, e si può tener conto di ciò ipotizzando che ci sia una diminuzione dell'emission rate della sorgente puntuale

$$Q' = Q \cdot (1 - P) \quad (97)$$

con Q' nuova emission rate ridotta e Q emission rate iniziale;

- la geometria del plume intrappolato nel PBL è mutata, ed il suo baricentro è differente da quello iniziale. Esso potrà essere stimato da

$$\Delta h_f = (0.67 + 0.33P) z_d \quad (98)$$

Lo stack-tip downwash Quando il vento è molto forte rispetto alla velocità ascensionale dei fumi, il pennacchio emesso viene catturato da un flusso d'aria discendente originato dal disturbo fluidodinamico indotto dalla stessa ciminiera, subendo così un immediato abbassamento che lo porta ad una quota inferiore di quella dello sbocco. Tale fenomeno prende il nome di *stack-tip downwash* e deriva dall'interazione tra i fumi e la struttura fisica del camino stesso che produce fenomeni di scia e di perturbazione del flusso aerodinamico. Per trattare tale fenomeno sono stati proposti due metodi differenti:

1. Se la velocità in uscita dei fumi è $w < 1.5U$, allora il pennacchio subisce allo sbocco un abbassamento fisico. La ciminiera si comporterà quindi come se la propria altezza fisica fosse pari a:

$$h'_s = h_s - 4r_0 \left(1.5 - \frac{w_0}{U} \right) \quad (99)$$

Se invece $w > 1.5U$ allora il fenomeno di downwash non ha luogo.

2. Quando il rapporto $\frac{w}{U} < 1.5$ si ha una correzione dell'evoluzione spazio temporale della quota del baricentro del pennacchio e non un abbassamento brusco. Se ad una generica distanza x sottovento il plume rise, che non tiene conto del downwash, è pari a $\Delta h(x)$, allora si procede nel seguente modo:

- si calcola il *numero di Froude* del plume:

$$F_r = \frac{w_0^2}{2gr_0(T_f - T_a)/T_a} \quad (100)$$

- si definisce un coefficiente correttivo f che può assumere valori compresi tra 0 ed 1 e rappresenta il fattore di riduzione della quota del baricentro del pennacchio. In particolare la quota di tale baricentro si ridurrà al valore:

$$\Delta h'(x) = f \cdot \Delta h(x) \quad (101)$$

Il coefficiente f dipende da F_r nel seguente modo:

$$\begin{cases} \text{se } F_r < 3 & \text{allora } f = 1 \\ \text{se } F_r \geq 3 \text{ e } w_0 \leq 1.5U & \text{allora } f = 0 \\ \text{se } F_r \geq 3 \text{ e } w_0 \geq 1.5U & \text{allora } f = 1 \\ \text{altrimenti} & f = 3 \frac{(w_0 - U)}{w_0} \end{cases}$$

Un algoritmo di plume rise In un modello Gaussiano dovremmo organizzare tutte le relazioni viste nei precedenti paragrafi in un algoritmo che sia in grado di calcolare la concentrazione dell'inquinante emesso. Le possibilità sono diverse, ma quello che presenteremo nel seguito è l'algoritmo che è stato utilizzato nel modello OML. Supponiamo per semplicità che il cammino sia posto in $x=0$. L'algoritmo sarà costituito dai seguenti passi operativi:

1. Nel primo passo calcolo il valore iniziale M_0 ed F_0 utilizzando le relazioni 69 e 70, che richiedono la conoscenza del raggio interno della ciminiera allo sbocco, della velocità e temperatura dei fumi e della temperatura dell'aria.
2. Nel secondo passo viene verificata l'esistenza dello stack-tip downwash. Per fare ciò è necessario conoscere U alla quota di emissione ed applicare uno tra i due modelli appena visti. Se utilizziamo il primo modello vediamo che se la velocità dei fumi è inferiore ad $1.5U$ allora l'altezza fisica del punto di emissione si ridurrà secondo la relazione 99.
3. Nel terzo passo si calcola l'innalzamento finale del plume. La procedura da utilizzare per ciò è differente a seconda delle condizioni di stabilità dell'atmosfera.

•**Condizioni Stabili:** Non è facile stabilire a priori se il plume è dominato dalla quantità di moto o dalla buoyancy, per questo motivo conviene calcolare separatamente l'innalzamento finale per le due possibilità. Nel caso in cui domini la buoyancy avremo un innalzamento finale Δh_{f_b} pari al minimo tra i valori Δh_{f_1} calcolato dalla relazione 84 per le situazioni stabili, e Δh_{f_2} dato dalla relazione 89 per le situazioni di neutral break-up. Se il plume è invece dominato dalla quantità di moto, allora l'innalzamento finale Δh_{f_m} sarà pari al minimo tra i valori Δh_{f_3} dato dalla relazione 88 per le situazioni stabili e Δh_{f_4} dato dalla relazione 91 per il neutral break-up. L'innalzamento finale Δh_f sarà pari al massimo tra Δh_{f_b} e Δh_{f_m} .

•**Condizioni Convettive:** Anche in questo caso andremo a separare il caso in cui domina la buoyancy da quello in cui domina la quantità di moto. Analogamente a quanto detto prima Δh_{f_b} nel caso in cui domina la buoyancy sarà data dal valore minimo tra Δh_{f_1} prodotto dalla relazione 93 nelle situazioni stabili e Δh_{f_2} prodotta dalla relazione 89 per le situazioni di neutral break-up. Se invece il plume è dominato dalla quantità di moto, allora l'innalzamento Δh_{f_m} sarà pari al valore minimo tra Δh_{f_3} dato dalla relazione 94 nelle situazioni

stabili e Δh_{f4} dato dalla relazione 91 per il neutral break-up. L'innalzamento finale Δh_f sarà pari al massimo tra Δh_{fb} e Δh_{fm} .

L'innalzamento finale calcolato nelle due condizioni sarà tuttavia provvisorio, poichè il plume potrebbe aver penetrato parzialmente o totalmente l'EL. Possiamo allora distinguere i seguenti casi: se $\frac{z_d}{\Delta h_f} > 1.5$ il plume resta completamente entro il PBL, e quindi in tal caso Δh_f è da ritenersi l'innalzamento definitivo; se invece $0.5 < \frac{z_d}{\Delta h_f} < 1.5$ allora il plume ha penetrato parzialmente l'inversione sopra il PBL e si dovrà quindi calcolare il fattore di penetrazione P. Dalla relazione 98 otterremo così Δh_{fm} . Se infine $\frac{z_d}{\Delta h_f} < 0.5$ il plume ha completamente penetrato l'inversione e non ha più senso parlare di innalzamento finale.

4. Nel quarto ed ultimo passo si calcola l'innalzamento graduale del plume. Nel caso stabile e convettivo in cui non c'è stata penetrazione nell'EL, allora $\Delta h(x)$ verrà calcolato dalla relazione 82 fino alla distanza x_f per cui $\Delta h(x_f) < \Delta h_f$. Oltre x_f il plume rise resta costante. Nelle situazioni convettive quando c'è una parziale penetrazione dell'inversione $\Delta h(x)$ sarà calcolato tramite la relazione 82 fino ad x_f . In tal caso dovremmo tuttavia fornire alla relazione Gaussiana una emission rate $Q(x)$ che varia lungo la direzione sottovento secondo la relazione 97, in cui il valore di P sarà collocato sostituendo Δh_f con $\Delta h(x)$. Nelle situazioni convettive, quando la penetrazione è completa, si calcola $\Delta h(x)$ e $P(x)$ con la relazione 96 in cui Δh_f è sostituito da $\Delta h(x)$. Se x_* è la distanza sottovento per cui $P(x_*) = 1$, allora l'emission rate Q dalla distanza x_* sarà nullo, come prescritto dalla relazione 97. Perciò prima di x_* il plume rise potrà essere descritto ancora dalla relazione 79, mentre dopo x_* lo possiamo ritenere convezionalmente costante, anche se ai fini dei calcoli è ininfluenza dato che l'emission rate a quelle quote è nulla perchè il plume è totalmente fuori dal PBL.

Ulteriori considerazioni Soffermiamoci un momento sul significato che assume la velocità media del vento U. Nell'equazione che quantifica lo stack-tip downwash, U è la velocità media del vento alla quota di emissione. Nelle varie equazioni che riguardano il plume rise, invece, è stata adottata la semplificazione in cui U è costante, ed affinché ciò abbia senso è necessario quindi che U sia in tal caso la velocità media del vento nello strato di atmosfera fra la quota di emissione ed il final rise. Sorge a questo punto un problema. Le relazioni utilizzate per determinare $\Delta h(x)$ e Δh_f dipendono da U, che a sua volta dipende dal plume rise, perciò, per raggiungere una buona realistica nella quantificazione del plume rise, bisogna procedere iterativamente nel seguente modo:

- si calcola Δh_f ponendo $U = u(h_s)$, velocità del vento al punto di emissione;
- si determina un nuovo valore di U pari alla media tra la quota di emissione e Δh_f ricavato dal punto precedente:

$$U = \frac{1}{\Delta h_f} \int_{h_s}^{h_s + \Delta h_f} u(z) \cdot dz \quad (102)$$

- si itera il procedimento finchè U calcolato converge ad un valore costante.

Poichè questo procedimento è abbastanza laborioso, nei modelli Gaussiani di vecchia generazione si era soliti assumere U uguale alla velocità media del vento alla quota di emissione.

Un'altra osservazione che dobbiamo fare è quella riguardante l'interferenza reciproca dei plume emessi da varie ciminiere, ciascuna avente una propria altezza fisica e con un flusso di galleggiamento differente. Nel modello Gaussiano questo problema viene totalmente ignorato. In realtà l'interferenza tra pennacchi non potrebbe essere trascurata, visto che fa aumentare complessivamente la loro buoyancy. Se consideriamo N camini vicini tra di loro che emettono contemporaneamente fumi caratterizzati da un ben preciso flusso di galleggiamento, possiamo immaginare un camino virtuale avente un'altezza H_i , che rappresenta la quota a cui i vari baricentri dei pennacchi si intersecano. Essa è data da:

$$H_i = H_{max} + \frac{\Delta H_{min} - (H_{max} - H_{min})}{1 + [\Delta H_{min} - (H_{max} - H_{min})] / D} \quad (103)$$

in cui H_{min} è l'altezza minima dei camini attivi, H_{max} quella massima, ΔH_{min} è il plume rise massimo della sorgente più bassa e $D=(N-1)/d$ con d distanza tra i camini contigui. Se F_j è il flusso di galleggiamento che possiede il j -esimo plume alla quota H_j , allora il plume rise di questa sorgente virtuale alle varie distanze sottovento x sarà dato da:

$$H_e^N(x) = H_i + C(x) \left[\sum_{j=1}^N (F_j - (H_i - H_j) / C(x)^3) \right]^{1/3} \quad (104)$$

con

$$C(x) = \left(\frac{3}{2\beta^2} \right)^{1/3} U^{-1} x^{2/3} \quad (105)$$

Dobbiamo infine sottolineare anche il fatto che tale modello non tiene conto neanche della geometria del problema.

In realtà il modello Gaussiano è decisamente più adeguato a descrivere camini posti in linea tra di loro e con un vento parallelo alla linea ideale che congiunge i singoli punti di emissione, ma può comunque essere ritenuto sufficientemente realistico anche per situazioni geometriche molto più complesse.

2.4 I parametri di dispersione

L'effetto disperdente condensato nelle deviazioni standard σ_y e σ_z del modello Gaussiano è dovuto a:

- la turbolenza atmosferica;
- l'innalzamento del plume;
- alcuni effetti di scia indotti dalla presenza di costruzioni poste attorno al punto di emissione.

In assenza di effetti di scia, le deviazioni standard possono essere considerate come combinazione di:

- un termine di turbolenza atmosferica;
- un termine che tiene conto degli affetti di galleggiamento del plume e dello stack-tip downwash, se presente.

Questi termini sono quadraticamente additivi, ovvero:

$$\sigma_y^2(x) = \sigma_{yb}^2(x) + \sigma_{yt}^2(x) \quad (106)$$

$$\sigma_z^2(x) = \sigma_{zb}^2(x) + \sigma_{zt}^2(x) \quad (107)$$

dove il pedice t si riferisce al termine di turbolenza e il pedice b a quello che comprende sia l'effetto di buoyancy che lo stack-tip downwash.

2.4.1 Il termine derivante dal galleggiamento

Il processo di entrainment causa una dispersione del plume detta *buoyancy-induced plume dispersion*, che si viene a combianre con la dispersione operata direttamente dalla turbolenza atmosferica. Per semplicità assumiamo che gli effetti disperdenti dovuti alla turbolenza atmosferica e quelli dovuti al plume rise siano additivi.

Se Δh è l'innalzamento del plume rispetto alla sommità della ciminiera ad una certa x , potremmo allora scrivere che la dispersione laterale e verticale dovuta al galleggiamento del pennacchio è data dalla seguente relazione:

$$\sigma_{yb}(x) = \sigma_{zb}(x) = \Delta h(x)/3.5 \quad (108)$$

Se sono presenti anche gli effetti di scia dello stack-tip downwash si avrà un abbassamento Δh_d dei fumi che porta anche ad un incremento iniziale della dispersione verticale del plume. Per tener conto di ciò dovremmo aggiungere un nuovo contributo alla dispersione verticale, giungendo così alla seguente relazione:

$$\sigma_z^2(x) = \sigma_{zb}^2(x) + (\Delta h_d)^2 \quad (109)$$

Il parametro di dispersione orizzontale rimarrà invece lo stesso visto prima.

2.4.2 Il termine derivante dalla turbolenza atmosferica

Dobbiamo per prima cosa stabilire quali misure metereologiche concorrono alla determinazione delle deviazioni standard orizzontale e verticale dovute alla turbolenza atmosferica. Potremmo pensare che tali deviazioni standard dipendono dalle deviazioni standard delle componenti verticali ed orizzontali del vento. Non sempre, tuttavia, tali misure sono disponibili. Per questo motivo si applicano solitamente due metodologie differenti. La prima si riferisce al caso in cui sono disponibili i principali parametri della turbolenza atmosferica. La seconda, invece si riferisce a tutte quelle situazioni in cui la conoscenza sullo stato della turbolenza del PBL è condensata nelle sole Categorie di Stabilità Atmosferiche. Il primo metodo ha solidi fondamenti teorici, mentre il secondo è completamente semiempirico e basato su misure sperimentali disponibili.

Metodologia basata sui parametri di turbolenza atmosferica Possiamo individuare diversi tipi di metodologie.

a) La metodologia della Similarità Con tale termine vogliamo indicare quella metodologia di parametrizzazione che fa ampio uso dei concetti della Teoria della Similarità, anche se alla base vi è sempre la Teoria Statistica di Taylor. Partendo da quest'ultima possiamo scrivere che i parametri di dispersione sono legati alle deviazioni standard delle componenti orizzontale e verticale del vento secondo le seguenti relazioni:

$$\frac{\sigma_{yt}}{\sigma_{vt}} = S_y \left(\frac{t}{T_{L_y}} \right) \quad (110)$$

$$\frac{\sigma_{zt}}{\sigma_{wt}} = S_z \left(\frac{t}{T_{L_z}} \right) \quad (111)$$

dove $t=x/U$ è il tempo di volo di una particella del plume, con U vento effettivo sentito dal plume. S_y ed S_z sono invece *Funzioni Universali* di t e dei *tempi Lagrangiani di scala* T_{L_y} ed L_{L_z} . Tali funzioni dipendono da diversi parametri, quali:

- l'altezza efficace del plume h_m ;
- le caratteristiche del SL, sede delle principali forzanti della turbolenza atmosferica (z_0, u_*, L);

- le caratteristiche della parte centrale del PBL (f, z_i, w_*).

La funzione Universale S_y

Non esiste ancora un modo univoco con cui esprimere S_y . La principale causa è rappresentata dall'impossibilità di avere dati su tutto il PBL. Una delle relazioni più usate è la seguente, che non fa distinzione né tra situazioni convettive e situazioni stabili, né tra rilasci a bassa quota e rilasci ad alta quota:

$$S_y(x) = [1 + 0.0308 \cdot x^{0.4548}]^{-1} \quad \text{per } x \leq 10^4 m \quad (112)$$

$$S_y(x) = 0.333 (10000/x)^{0.5} \quad \text{per } x > 10^4 m \quad (113)$$

Un'altra relazione abbastanza utilizzata e che tiene conto quanto meno dell'altezza di rilascio è la seguente:

$$S_y(t) = \left[1 + 0.9 \left(\frac{t}{T_{L_y}} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (114)$$

con $T_{L_y} = 300s$ per sorgenti al suolo e uguale a 1000 s per sorgenti elevate.

La funzione Universale S_z

In regime convettivo tale funzione dovrebbe rappresentare l'azione disperdente operata dai grandi vortici turbolenti che spazzano il mixed layer, mentre in regime stabile dovrebbe descrivere la turbolenza meccanica. In base ai pochi dati sperimentali a nostra disposizione è stato possibile ricavare le seguenti relazioni:

$$S_z(t) = \left[1 + 0.9 \left(\frac{t}{500} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad \text{per } L < 0 \quad (115)$$

$$S_z(t) = \left[1 + 0.945 \left(\frac{t}{100} \right)^{-0.806} \right]^{-1} \quad \text{per } L > 0 \quad (116)$$

che non tengono conto tuttavia di molti parametri. Una parametrizzazione più realistica potrebbe essere:

$$S_z(t) = \left[1 + 0.5 \frac{t}{T_{L_z}} \right]^{-1/2} \quad \text{per } L < 0 \quad (117)$$

dove:

- nelle situazioni stabili ($L > 0$) possiamo scrivere $T_{L_z} = l/\sigma_w$ con l lunghezza caratteristica avente valori limite $l_s = 0.27\sigma_w/N$ ed $l_n = 0.3\sigma_z$. N è la frequenza di Brunt-Vaisala, data da $N = \left(\frac{g}{T} \frac{d\theta}{dz} \right)^{1/2}$. La lunghezza caratteristica può essere ricavata dai suoi valori limite, infatti possiamo scrivere che $\frac{1}{l} = \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l_n}$. Un altro schema proposto per questa situazione è il seguente: quando $L \leq 10m$ allora $T_{L_z} = 0.54/s$ con $s = [g/T \cdot (d\theta/dz)]^{1/2}$; quando $10 \leq L \leq h_m$ allora $T_{L_z} = \left(\frac{2h_m}{\sigma_w} \right) \left(\frac{L-10}{h_m-10} \right) + \left(\frac{0.54}{s^{1/2}} \right) \left(\frac{h_m-L}{h_m-10} \right)$.
- nelle situazioni convettive ($L < 0$) il tempo Lagrangiano di scala dipende dalla quota di rilascio del plume, perciò se $h_m \leq |L|$ allora $T_{L_z} = \frac{0.4h_m}{[\sigma_w(0.55-0.38h_m/|L|)]}$; se invece $|L| \leq h_m \leq z_i$ allora $T_{L_z} = \left(\frac{0.6z_i}{\sigma_w} \right) \cdot (1 - e^{-5h_m/z_i} - 0.0003e^{8h_m/z_i})$; se infine $h_m > z_i$ allora $T_{L_z} = 0.54 / \left[\left(\frac{g}{T} \right) \cdot \left(\frac{d\theta}{dz} \right) \right]^{1/2}$

b) La metodologia Danese La turbolenza del PBL può essere vista in questo modello come il risultato di due contributi distinti: un contributo meccanico dovuto all'azione di vortici di piccole dimensioni generati prevalentemente dallo shear del vento, ed un contributo convettivo generato dai grandi vortici che percorrono il PBL convettivo. I piccoli vortici legati alla turbolenza meccanica hanno vita breve e le loro dimensioni sono limitate dalla quota z sopra il suolo a cui si fa riferimento. Al contrario i vortici convettivi hanno una vita lunga e sono dell'ordine dell'estensione verticale del PBL. Mentre il contributo meccanico è sempre attivo grazie ai movimenti delle masse d'aria, quello convettivo, invece, è attivo solo in presenza di un apporto diretto di energia solare che ha luogo solo nelle situazioni convettive. Applicando la Teoria Statistica di Taylor per una particella che si muove per effetto di due processi stocastici, quale il movimento dovuto alla turbolenza meccanica e quello legato alla turbolenza convettiva, otteniamo:

$$\sigma_{yt}^2 = \sigma_{ytm}^2 + \sigma_{ytc}^2 \quad (118)$$

$$\sigma_{zt}^2 = \sigma_{ztm}^2 + \sigma_{ztc}^2 \quad (119)$$

Nelle situazioni convettive saranno attivi entrambi i contributi, mentre nelle situazioni stabili sarà attivo il solo contributo meccanico. A questo punto si procede con la seguente parametrizzazione.

Dispersione verticale-Contributo convettivo

La dispersione in un PBL convettivo è controllata da due parametri:

1. l'estensione verticale z_i del PBL;
2. la velocità convettiva di scala

$$w_* = \left(\frac{g}{T} \overline{w' \theta'_v} z_i \right)^{1/3} \quad (120)$$

Possiamo inoltre affermare che la capacità disperdente del PBL varia molto nella sua parte bassa, mentre resta pressochè costante nella parte superiore. Utilizzando il fatto che σ_{ztc}^2 è direttamente proporzionale alla porzione di varianza della velocità verticale del vento dovuta alla turbolenza convettiva σ_{wtc}^2 , che può essere scritta come:

$$\sigma_{wtc}^2 = \begin{cases} Aw_* \left(\frac{z}{z_i} \right)^{1/3} & \text{per } z < bz_i \\ Ab^{1/3} w_* & \text{per } z \geq bz_i \end{cases} \quad (121)$$

ricaviamo che:

- quando la quota efficace del plume h_m sta nella parte superiore del PBL dove ci sono le minori variazioni con la quota dei parametri che caratterizzano la turbolenza, ovvero quando $h_m \geq 0.1z_i$ allora

$$\sigma_{ztc}^2 = 0.33w_*^2 t^2 \quad (122)$$

con $t=x/U$

- quando $h_s < 0.1z_i$, ovvero l'emissione ha luogo entro il SL, allora

$$\sigma_{ztc}^2 = 1.54w_* \left(\frac{h_m}{z_i} \right)^{2/3} t^2 \quad \text{per } \sigma_{ztc} < h_m \quad (123)$$

$$\sigma_{ztc}^2 = \left[0.83w_* z_i^{-1/3} t + 0.33h_m^{2/3} \right]^3 \quad \text{per } h_m \leq \sigma_{ztc} < 0.1z_i \quad (124)$$

$$\sigma_{ztc}^2 = \left[0.581w_* t + 0.231h_m^{2/3} z_i^{1/3} - 0.05z_i \right]^2 t^2 \quad \text{per } \sigma_{ztc} \geq 0.1z_i \quad (125)$$

Nelle situazioni stabili ovviamente il contributo convettivo della dispersione è nullo.
Possiamo anche riscrivere queste relazioni utilizzando le variabili adimensionali:

$$T = w_* \frac{t}{z_i} \quad (126)$$

$$H_s = \frac{h_m}{z_i} \quad (127)$$

$$SZ = \frac{\sigma_{ztc}}{z_i} \quad (128)$$

Otteniamo così:

- per $H_s \geq b$

$$SZ = Ab^{1/3}T \quad (129)$$

- per $H_s < b$ si hanno tre possibilità:

1. quando il tempo di trasporto del plume è breve, ovvero $T < H_s^{2/3}/A$, allora

$$SZ = AH_s^{2/3}T \quad (130)$$

2. quando il tempo di trasporto è medio, ovvero $H_s^{2/3}/A \leq T < \frac{3}{2}b^{2/3}/A - \frac{1}{2}H_s^{2/3}/A$, allora

$$SZ = \left[\frac{2}{3}AT + \frac{1}{3}H_s^{2/3} \right]^{3/2} \quad (131)$$

3. quando il tempo di trasporto è lungo, ovvero $T \geq \frac{3}{2}b^{2/3}/A - \frac{1}{2}H_s^{2/3}/A$, allora

$$SZ = Ab^{1/3}T + \frac{1}{2}b^{1/3}H_s^{2/3} - \frac{1}{2}b \quad (132)$$

Dispersione verticale-Contributo meccanico

La turbolenza meccanica non ha gradienti verticali significativi, quanto meno non nella parte inferiore del PBL. Utilizzando sempre la Teoria Statistica di Taylor potremmo scrivere:

- nel caso di situazioni stabili

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma_{ztmu}^2}{(1 + 1.1tu_*/L)} \quad (133)$$

- nel caso di situazioni convettive

$$\sigma_{ztm}^2 = \sigma_{ztmu}^2 = 1.2u_*t^2 \exp\left(-0.6\frac{u_*}{h_m}\right) \quad \text{per } tu_*/h_s < 1 \quad (134)$$

$$\sigma_{ztm}^2 = \sigma_{ztmu}^2 = 1.2u_*t^2 \exp(-0.6) \quad \text{per } tu_*/h_s \geq 1 \quad (135)$$

Dispersione orizzontale

Anche per la dispersione orizzontale si ipotizza che ci sia un contributo convettivo ed uno meccanico:

$$\sigma_{yb}^2 = \sigma_{ytc}^2 + \sigma_{ytm}^2 \quad (136)$$

Possiamo scrivere le seguenti relazioni

$$\sigma_{ytc} = \frac{0.5w_*t}{\sqrt{1 + 0.9\frac{w_*}{z_i}t}} \quad (137)$$

$$\sigma_{ytm} = u_*t \quad (138)$$

Dobbiamo in tal caso tener conto anche del *meandering* del plume, ovvero della sua sistematica oscillazione orizzontale a bassa frequenza derivante da fenomeni a mesoscala. Tale fenomeno rappresenta un cambiamento sistematico della direzione di provenienza del vento visibile all'interno del tempo di mediazione orario. Incorporando gli effetti di tali variazioni sistematiche nel parametro di dispersione orizzontale, usando un semplice modello basato sui parametri

$$\Delta_- = \text{direzione(rad) dell'ora attuale} - \text{direzione(rad) dell'ora precedente} \quad (139)$$

$$\Delta_+ = \text{direzione(rad) dell'ora successiva} - \text{direzione(rad) dell'ora attuale} \quad (140)$$

allora, detto

$$\Delta d = \frac{1}{2}(\Delta_- + \Delta_+) \quad \text{quando } \Delta_- \text{ e } \Delta_+ \text{ hanno la stessa direzione} \quad (141)$$

$$\Delta d = \frac{1}{2}\max(|\Delta_-|, |\Delta_+|) \quad \text{quando } \Delta_- \text{ e } \Delta_+ \text{ hanno direzioni opposte} \quad (142)$$

il contributo alla dispersione orizzontale derivante dal meandering può essere stimato come:

$$\sigma_{yshift} = \frac{\Delta d}{\sqrt{2\pi}} \cdot x \quad (143)$$

e potremmo scrivere:

$$\sigma_{yb}^2 = \sigma_{ytc}^2 + \sigma_{yshift}^2 \quad (144)$$

Alcune precisazioni finali

La distanza sottovento x che compare nelle relazioni appena viste, che potremmo meglio definire come distanza efficace, non coincide perfettamente con la distanza sottovento geometrica. Per questo motivo sarebbe più corretto sostituirla in tutte le relazioni in cui compare con

$$x_{eff} = x \cdot \left[1 - \exp\left(-0.15\frac{U}{w_p}\right) \right] \quad (145)$$

con w_p velocità verticale del plume, che si ottiene dall'equazione del gradual plume rise:

$$w_p = \frac{2}{3}1.6 \left(\frac{F_0}{x}\right)^{1/3} \quad (146)$$

Allora anche h_m dovrà essere sostituita da

$$h_{m-eff} = h_s + \frac{1}{x} \int_0^x \Delta h(x) \cdot dx \quad (147)$$

c) La metodologia spettrale Utilizzando le relazioni analitiche che esprimono le densità spettrali Eurliane per le varie componenti del vento, è stata ottenuta la seguente relazione:

$$\sigma_{\alpha}^2 = \sigma_i^2 \frac{\beta_i^2}{\pi^2} \int_0^{\infty} F_i^E(n) \left[\frac{\sin^2(n\pi t/\beta_i)}{n^2} \right] \cdot dn \quad (148)$$

dove

- l'indice α vale y o z a seconda che si consideri la componente del moto trasversale o la componente verticale;
- $F_i^E(n)$ è la densità spettrale Eurliana per la componente del vento i-esima normalizzata dalla relativa varianza e funzione della frequenza n;
- β_i è il rapporto tra il tempo integrale di scala Lagrangiano ed il tempo di scala Eurliana, e vale

$$\beta_i = \left(\frac{\pi U^2}{16 \sigma_i^2} \right)^{1/2} \quad (149)$$

Metodologia basata su relazioni semiempiriche Possiamo descrivere le deviazioni standard della dispersione anche attraverso delle relazioni semiempiriche, in funzione delle Classi di Stabilità Atmosferica e della distanza sottovento. Ovviamente quando si impiegherà un modello Gaussiano Plume dovrà essere garantita la congruenza tra la definizione di Classe di Stabilità e le relazioni semiempiriche usate. Vediamo due di queste relazioni semiempiriche.

Relazioni di Pasquill Gifford Derivano dai dati raccolti nella campagna di "Prairie Grass" durante la quale furono effettuate emissioni di un tracciante e venne caratterizzata la distribuzione spaziale a livello del suolo della sua concentrazione. Una delle relazioni analitiche che furono ricavate, oggi tra le più utilizzate nella pratica, è la seguente:

$$\sigma_y(x) = \frac{k_1 x}{[1 + (x/k_2)]^{k_3}} \quad (150)$$

$$\sigma_z(x) = \frac{k_4 x}{[1 + (x/k_2)]^{k_5}} \quad (151)$$

dove le diverse k sono costanti che dipendono dalla Classe di Stabilità. Queste relazioni si riferiscono a tempi di mediazione di pochi minuti, mentre nelle applicazioni modellistiche, è quasi sempre necessario considerare tempi di mediazione più lunghi (tipicamente un'ora). Perciò, almeno per la deviazione standard orizzontale, sarebbe opportuno applicare la seguente correzione:

$$\sigma_y = \sigma_{y_0} / [10/\tau]^r \quad (152)$$

dove τ è il tempo di mediazione ed r è un parametro che dipende dalla Classe di Stabilità.

Relazioni di Briggs Si basano sui dati resi disponibili anche di misure relative ad emissioni puntuali a quota elevata. Le relazioni di Briggs sono sia nella versione rurale che in quella urbana. La generica deviazione standard è espressa dal punto di vista matematico da:

$$\sigma = ax(1 + bx)^c \quad (153)$$

in cui le diverse costanti presenti dipendono dalla Categoria di Stabilità Atmosferica, dallo schema (urbano o rurale) e dalla deviazione standard considerata.

2.4.3 Schema di dispersione Gaussiana

In accordo con il modello plume Gaussiano la concentrazione è data dalla seguente equazione:

$$c(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\bar{u}\sigma_z\sigma_y} \left[\exp\left(-0.5\left(\frac{z-h_{ef}}{\sigma_z}\right)^2\right) + \exp\left(-0.5\left(\frac{z+h_{ef}}{\sigma_z}\right)^2\right) \right] \exp\left(-0.5\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right) \quad (154)$$

dove Q è la forza della sorgente, h_{ef} è l'altezza effettiva del plume, \bar{u} è la velocità di trasporto effettiva, mentre σ_z e σ_y sono i parametri di dispersione rispettivamente verticale ed orizzontale.

La riflessione dal fondo al top del mixing layer deve essere presa in considerazione attraverso l'introduzione di sorgenti immaginarie. Per semplicità, l'equazione appena riportata, tiene in considerazione solo della riflessione dal fondo. Quando il parametro di dispersione verticale σ_z diventa maggiore di 1.2 volte l'altezza del mixing layer, allora il modello OML assume una distribuzione di concentrazione verticale uniforme, attraverso l'intero mixing layer. Vediamo nel seguito vari metodi che possono essere utilizzati per la determinazione dei parametri del modello Gaussiano.

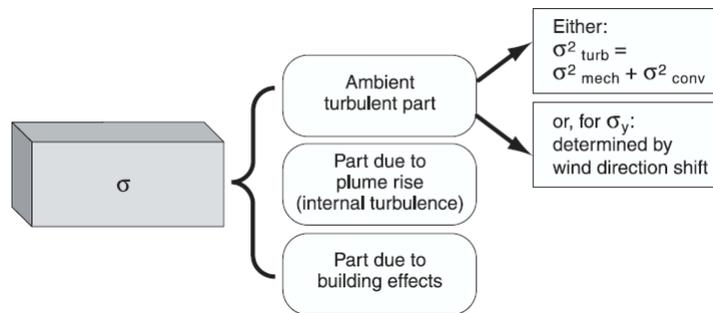
2.4.4 Parametri di dispersione

Rispetto ai precedenti modelli, la principale innovazione introdotta dal modello OML fu il modo in cui venivano determinati i parametri di dispersione σ_z e σ_y . La maggior parte dei modelli Gaussiani più vecchi facevano l'uso dei parametri di dispersione e dei metodi di classificazione proposti da Pasquill nel 1961 e successivamente modificati da Gifford e Turner, rispettivamente nel 1961 e 1964. I parametri di dispersione Pasquill-Gifford-Turner (PGT) vennero dedotti da esperimenti in traccia, utilizzando sorgenti per lo più vicino al suolo. Gli esperimenti di dispersione con sorgenti elevate mostrarono invece che i parametri di dispersione PGT funzionavano piuttosto male. Per descrivere i parametri di dispersione per rilasci elevati, Briggs analizzò nel 1973 le curve PGT insieme alle curve determinate per sorgenti più alte, e dedusse un nuovo set di parametri.

Nel modello OML, invece, i parametri di dispersione sono legati direttamente ai parametri fisici di base che descrivono lo stato turbolento del PBL atmosferico. Anche i parametri di dispersione, così come le proprietà della turbolenza, variano con la quota al di sopra del suolo. Nel modello OML questa dipendenza è espressa esplicitamente.

Poiché il modello in esame è semplificato, quello che ci aspetteremo non sarà una derivazione esatta dei parametri di dispersione, che possono essere considerati come composti da un certo numero di contributi differenti, ciascuno dovuto ad un meccanismo di dispersione preciso, come possiamo vedere nella seguente figura:

Figure 9: Componenti principali dei parametri di dispersione nel modello OML



Come regola principale, ciascuna parte di σ (σ_z o σ_y) è composta dalle seguenti tre parti:

$$\sigma^2 = \sigma_{turb}^2 + \sigma_{interna}^2 + \sigma_{building}^2 \quad (155)$$

dove σ_{turb} rappresenta la dispersione dovuta alla turbolenza atmosferica, e può essere a sua volta decomposta in due contributi, uno derivante dalla turbolenza meccanica e l'altro da quella convettiva. $\sigma_{interna}$ è rilevante solo per plume che presentano l'effetto di plume rise, e rappresenta il contributo dovuto all'entrainment dell'aria ambientale, ovvero si riferisce alla dispersione dovuta alla turbolenza interna. Tale contributo viene a volte detto *dispersione di buoyancy-indotta*. Infine $\sigma_{building}$ è il contributo dovuto all'aumento di dispersione causato dalla presenza di edifici vicino alla sorgente.

Esiste infine un ulteriore contributo minore, dovuto allo stack-tip downwash, non presente esplicitamente nell'equazione 155, che influenza solamente la dispersione verticale.

Richiami introduttivi sul plume rise Vogliamo ora stimare la dispersione dei pennacchi da sorgenti industriali quando sia ha un ammontare significativo di buoyancy.

Il principale effetto del galleggiamento consiste nell'aumento della quota effettiva del plume (plume rise) e nella variazione dei parametri di dispersione σ_y e σ_z . Dovremo poi tenere in considerazione anche della penetrazione del plume nello strato stabile.

Riferimenti in letteratura Esiste una varietà di metodi per il calcolo del plume rise. Nel modello OML vengono utilizzate le formule suggerite da Briggs per il plume rise finale.

Nella seguente descrizione dello schema computazionale nel modello OML, dobbiamo notare che esiste una distinzione tra il plume rise iniziale Δh_{iniz} , legato alla sorgente, ed il plume rise finale, Δh_f .

Per rappresentare la posizione del centro del plume ad ogni distanza dalla sorgente, viene scelto il valore più basso tra i due.

Quando il plume penetra parzialmente in uno strato stabile elevato, dobbiamo definire un ulteriore concetto: l'altezza effettiva del plume, h_{eff} , che viene assunta come quota rappresentativa per quella parte di plume che rimane nel mixed layer.

2.4.5 Influenza di edifici vicini

Per completezza di esposizione presentiamo la semplice metodologia OML per tener conto dell'influenza degli edifici vicini al plume che si disperde in aria.

L'influenza degli edifici sulla dispersione del plume può essere molto complessa, poichè dipende dall'orientazione degli edifici rispetto al camino, dalla direzione del vento e dalla forma dell'edificio.

La loro influenza ha due effetti principali: quello di fare aumentare la diluizione iniziale del plume, e quello di far diminuire il plume rise. Molto spesso entrambi contribuiscono a fare aumentare le concentrazioni al livello del suolo. L'effetto totale può essere considerevole.

Gli effetti di un edificio su un plume che si disperde, sono messi a modello assumendo che il plume abbia un raggio di diluizione iniziale R_0 . Tale raggio è usato per calcolare i parametri di diffusione iniziali σ_y e σ_z , e per ridurre il plume rise.

Diminuzione del plume rise dovuta alla diluizione iniziale L'ascesa di un plume galleggiante può essere derivata utilizzando le equazioni per la conservazione del momento:

$$wr^2u = F_B t \quad (156)$$

$$w = \frac{dz}{dt} \quad (157)$$

$$r = \beta z' \quad (158)$$

dove w è la velocità verticale del plume, r è il raggio del plume, u la velocità del vento orizzontale, F_B il flusso di galleggiamento, e t il tempo di viaggio. La quota del baricentro del plume sopra il top del camino è indicata con z' . Il coefficiente di proporzionalità β è assunto uguale a 0.6.

Andando a risolvere tali equazioni, imponendo le condizioni iniziali $z'=0$ e $t=0$, otteniamo:

$$z = \left(\frac{3}{2\beta^2} \right)^{1/3} \left(\frac{F_B}{u} \right)^{1/3} t^{2/3} \quad (159)$$

Sostituiamo ora $\beta = 0.6$ e $t=x/u$, ottenendo così:

$$z = 1.6 \frac{F_B^{1/3}}{u} x^{2/3} \quad (160)$$

La diluizione iniziale del plume è presa in considerazione modificando l'equazione 158 come

$$r = \beta z' + R_0 \quad (161)$$

dove R_0 è il raggio iniziale del plume.

Andando così a risolvere, otteniamo:

$$z' = \left[\left(\frac{3}{2\beta^2} \right) \frac{F_B t^2}{u} + \left(\frac{R_0}{\beta} \right)^{1/3} \right]^{1/3} - \frac{R_0}{\beta} \quad (162)$$

Se mettiamo a confronto concludiamo che l'effetto della diluizione iniziale sul plume rise può essere espresso come:

$$\Delta h = \left[\Delta h_0^3 + \left(\frac{R_0}{\beta} \right)^3 \right]^{1/3} - \frac{R_0}{\beta} \quad (163)$$

dove Δh rappresenta l'ascesa quando prendiamo in considerazione la diluizione iniziale, mentre Δh_0 l'ascesa di una sorgente libera dalla diluizione iniziale.

Determinazione del raggio di diluizione iniziale del plume R_0 è determinato attraverso un metodo empirico. La procedura è la seguente:

1. La quota effettiva del plume è calcolata in una posizione pari a due volte la quota dell'edificio sotto il flusso della sorgente. Come prima approssimazione, trascurando gli effetti dell'edificio, abbiamo:

$$h_{ef} = h_s + \Delta h_0 \quad (164)$$

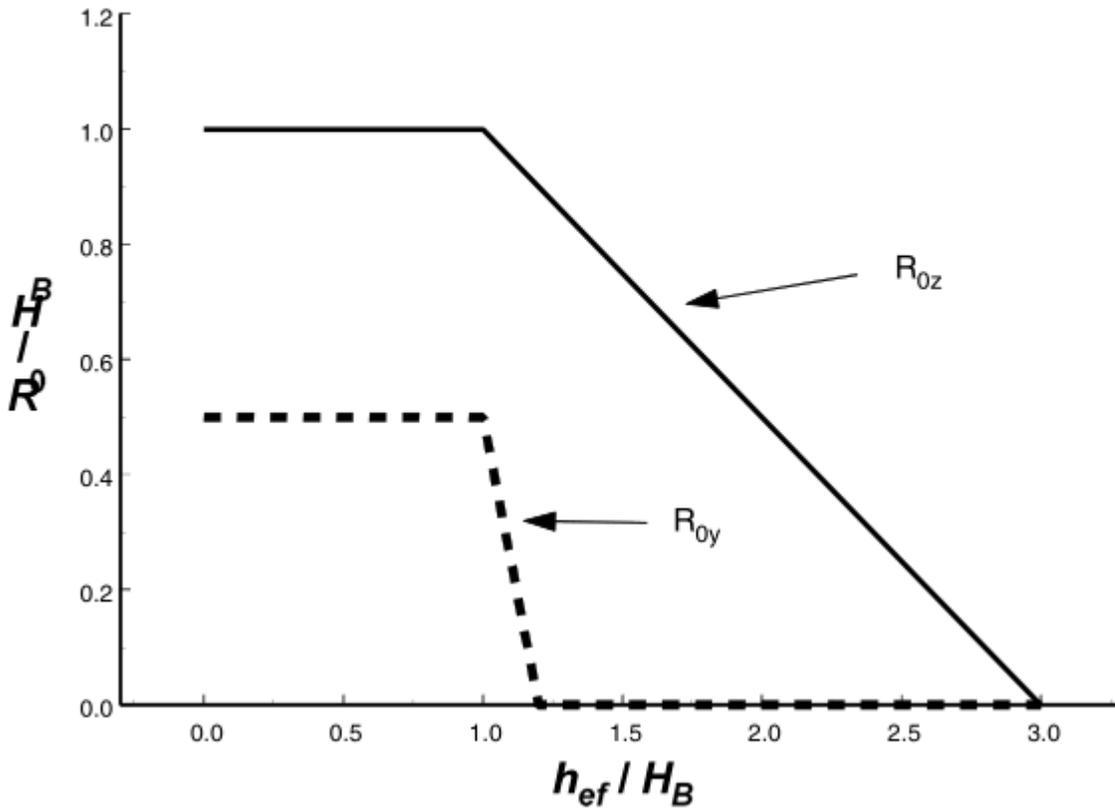
dove h_s è la quota del camino, e

$$\Delta h_0 = \left[3F_m \frac{x_B}{\left(\left(0.4 + 1.2 \frac{u}{v_s} \right) u \right)^2} + 4.17F_B \frac{x_B^2}{u^3} \right]^{1/3} \quad (165)$$

con F_M flusso di momento ed F_B flusso di galleggiamento. La distanza x_B è invece la distanza dal camino al punto P, dove viene valutata la quota del camino. Assumiamo che x_B sia uguale a $2h_B$, dove h_B è l'altezza dell'edificio. Dovremmo allora apportare alcune modifiche.

2. I raggi di diluizione iniziale, R_{0y} e R_{0z} , sono determinati come funzioni del rapporto h_{ef}/h_B . Se tale rapporto è maggiore di 3, allora si assume che non avvenga alcun aumento della dispersione, ovvero $R_{0y} = R_{0z} = 0$. Se invece $h_{ef}/h_B < 1$, allora $R_{0z} = h_B$ ed $R_{0y} = 1/2h_B$. L'aumento del raggio orizzontale R_{0y} è assunto uguale a 0 se $h_{ef}/h_B > 1.2$. Quando invece tale rapporto è tra questi due valori, allora si esegue la seguente interpolazione lineare

Figure 10: Raggi di diluizione R_{0z} e R_{0y}



Per calcolare il plume rise viene utilizzato solo R_{0z} , dove, dopo le modifiche legate agli effetti degli edifici, si assume

che $R_0 = R_{0z}$.

Sono invece usati sia R_{0z} che R_{0y} per il calcolo dell'aumento dei parametri di dispersione. Questi contributi ai parametri di dispersione, $\sigma_{ybuilding}$ e $\sigma_{zbuilding}$, possono essere calcolati assumendo una concentrazione "top-hat" delle concentrazioni nel plume:

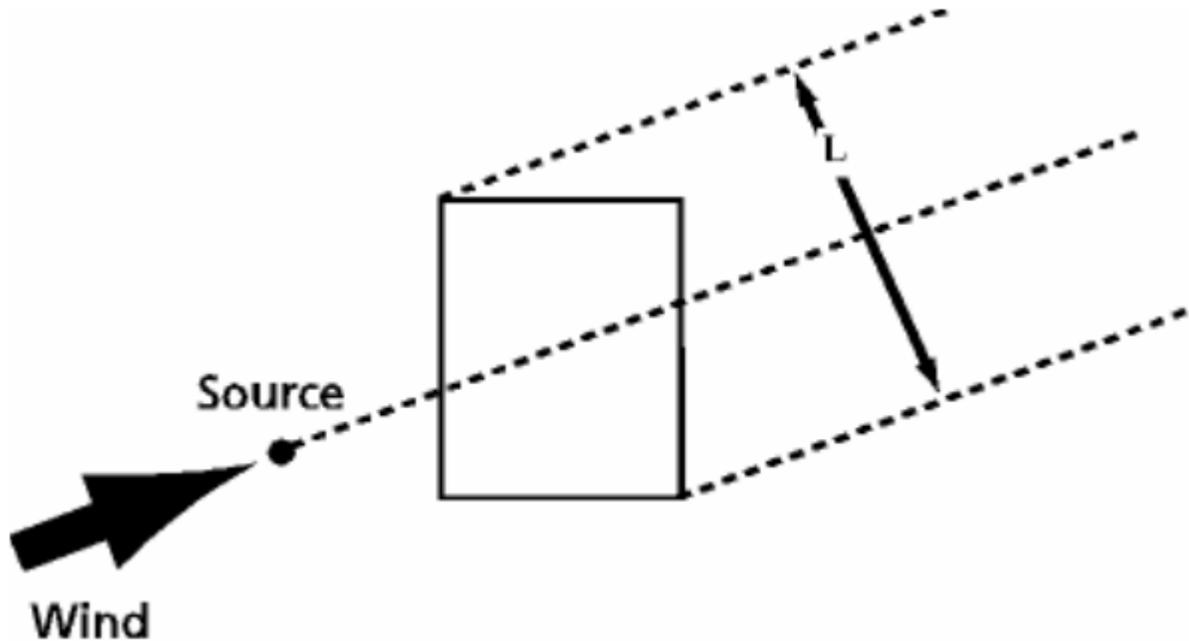
$$\begin{aligned}\sigma_{y-building} &= \sqrt{2/\pi} R_{0y} \\ \sigma_{z-building} &= \sqrt{2/\pi} R_{0z}\end{aligned}\tag{166}$$

Implementazione dell'algoritmo R_0 nel modello operativo Per ampi edifici h_B è identica alla quota fisica h_{fis} . Per edifici stretti, invece, si utilizza la seguente formula:

$$h_B = \frac{h_{fis} + 2L}{3}\tag{167}$$

con L larghezza dell'edificio, o meglio larghezza della proiezione dell'edificio lungo la direzione del vento.

Figure 11: Larghezza L dell'edificio



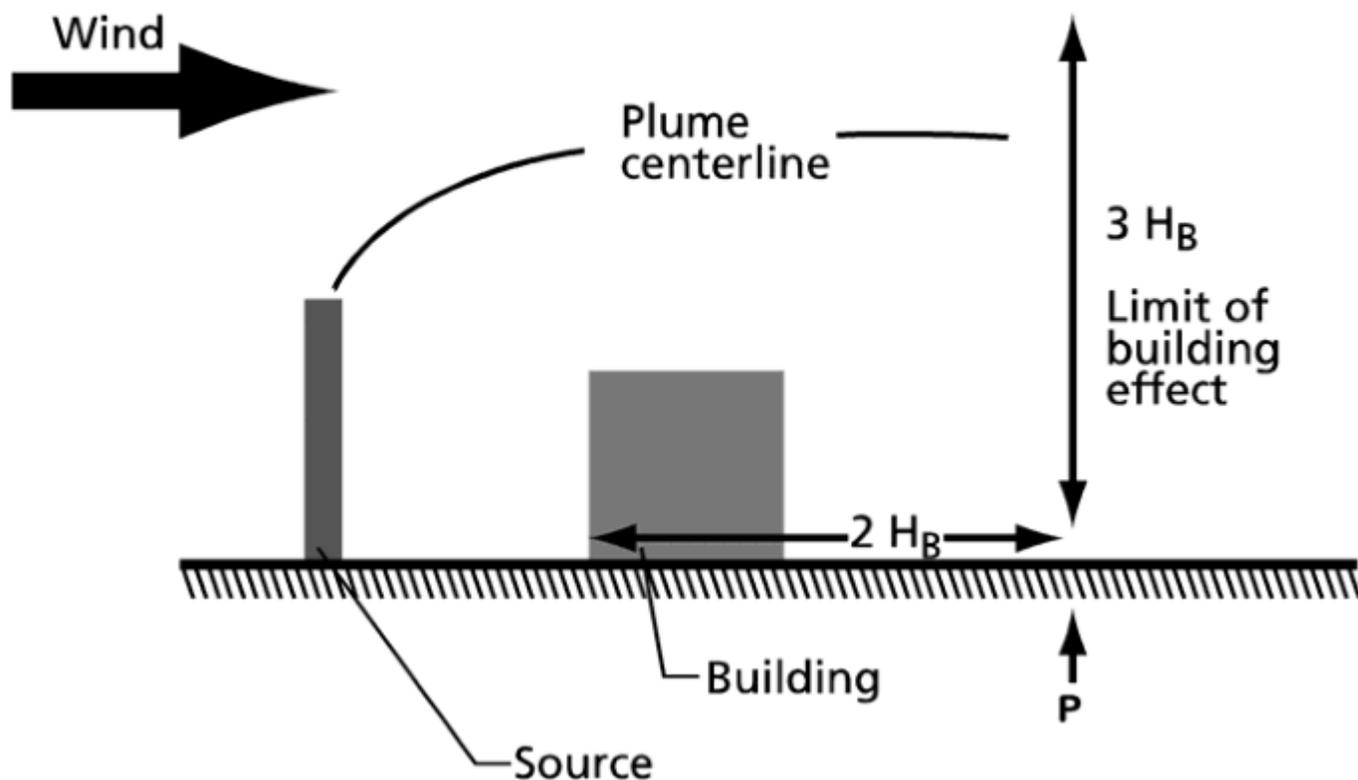
Quando l'effetto degli edifici deve essere valutato nel modello OML, si assume che un edificio di altezza h_B crei un campo di influenza che si estende $2h_B$ a valle dell'edificio. Se un camino è posto in tale campo, la dispersione da questo sarà influenzata dall'edificio. Se invece il camino è posto al di fuori di tale campo di influenza, allora il plume non ne verrà influenzato.

Nel modello viene stimata la quota del baricentro del plume al di sopra di un certo punto P. Se conosciamo la geometria degli edifici che circondano il camino, allora possiamo determinare le posizioni di tutti i punti P, per ogni

direzione del vento. In generale P è il punto sottovento al margine del campo di influenza. Se tuttavia il camino giace a valle dell'edificio, P è allora definito come $2h_B$ dal camino.

La quota del plume sopra il punto P viene valutata per determinare l'ammontare dell'influenza dell'edificio. Se la quota del plume a tale punto è maggiore di $3h_B$, gli effetti dell'edificio verranno trascurati. Se invece è minore, è necessario apportare delle modifiche al plume rise e ai coefficienti di dispersione attraverso il parametro R_0 .

Figure 12: Criteri per decidere dove il plume viene disturbato dalla presenza di un edificio



Come detto in precedenza, R_0 è determinato dal rapporto h_{ef}/h_B , dove qui h_{ef} è valutato al punto P e vale $2h_B$, ad eccezione che nella configurazione in cui il camino stia a monte dell'edificio.

Per ogni scenario meteorologico i parametri R_{0z} ed R_{0y} sono determinati, e possiamo così modificare i parametri di dispersione.

Quasi sempre sono presenti diversi edifici allo stesso tempo, e non sappiamo a priori quale edificio possieda l'influenza dominante. Il modello OML risolve questa situazione considerando, per ciascuno scenario meteorologico, l'effetto di ciascun edificio separatamente. Nel seguito verrà scelto ed usato l'edificio che causa il maggior raggio di diluizione iniziale R_0 .

2.4.6 Effetti del terreno

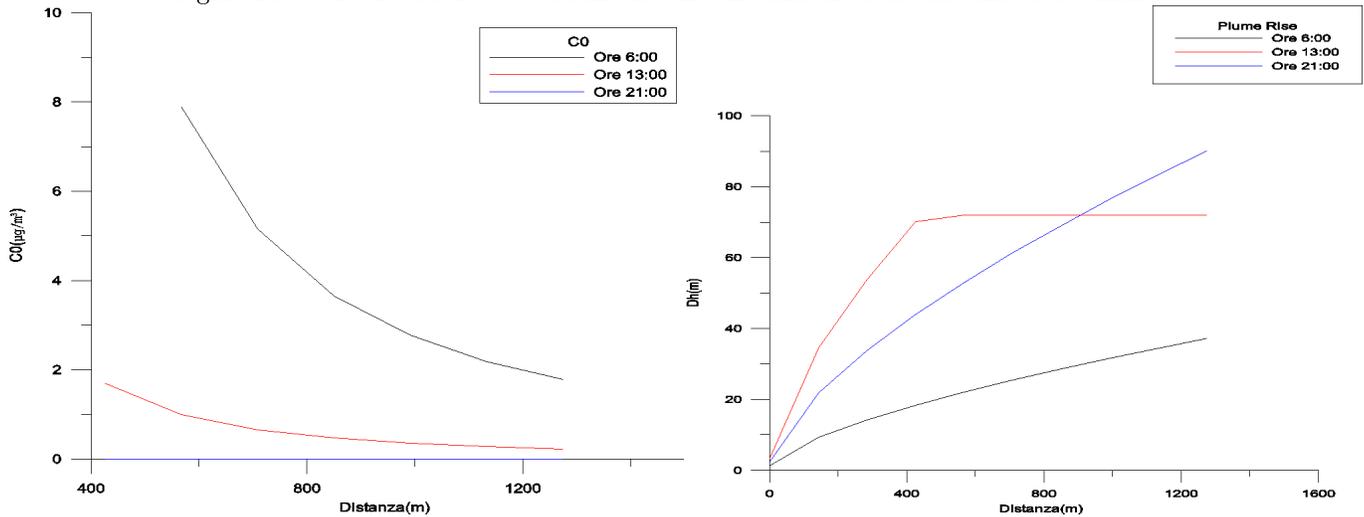
Il modello OML non è designato per essere usato in terreni complessi. Tuttavia può essere considerato adatto per trattare la dispersione nel caso di piccole elevazioni del terreno. In tal caso, si procede applicando delle correzioni alla quota effettiva del plume. Non si apporta invece alcuna correzione ai coefficienti di dispersione, alla velocità del vento o alla direzione del vento.

3 Esempi di utilizzo del modello

Consideriamo un generico camino di coordinate $(x, y) = (6km, 6km)$, alto $h_s = 120m$ e di diametro 1 m. I fumi che fuoriescono da esso hanno una velocità $U = 10 \frac{m}{s}$, temperatura $T = 130^\circ C$ e flusso di massa $q = 1 \frac{g}{s}$.

Basandoci su quanto detto nel precedente paragrafo, sono state calcolate σ_y , σ_z , e la concentrazione $C(x, y, z)$ ad un'ora convettiva, un'ora adiabatica e ad un'ora stabile di una giornata di Giugno. Nella seguente figura vengono riportati gli andamenti in funzione della distanza dal camino rispettivamente della concentrazione dei fumi e del plume rise.

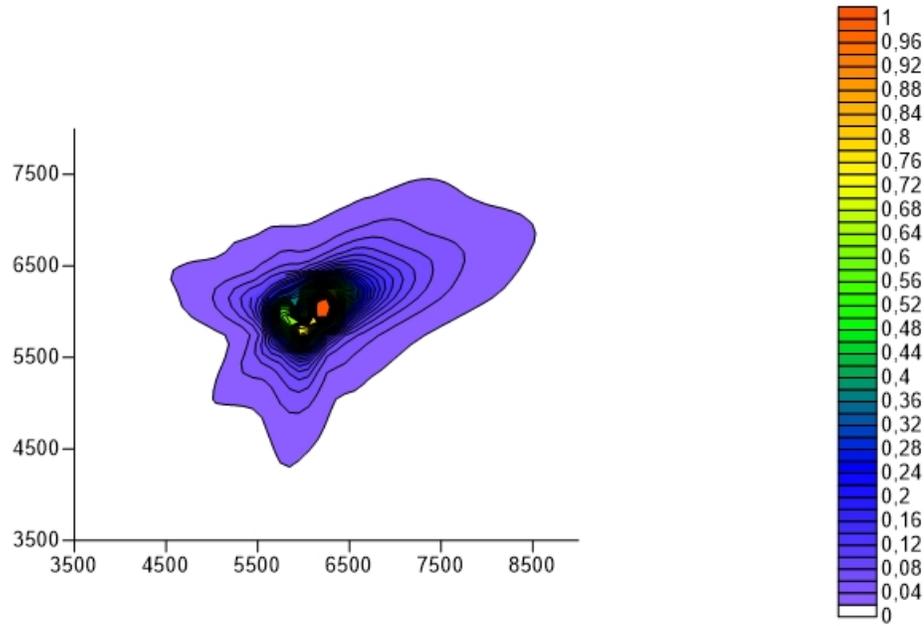
Figure 13: Concentrazione C0 e Plume rise Δh in funzione della distanza dal camino



Possiamo notare come alle ore 6:00, in condizioni di bassa turbolenza atmosferica, i fumi abbiano concentrazioni rilevanti, con picco massimo attorno agli $8 \frac{\mu g}{m^3}$, che diminuiscono lentamente con la distanza dal camino. Il plume, invece, si innalza fino ad una quota di circa 30m. Man mano che la turbolenza in atmosfera aumenta, a seguito della crescita di energia solare nel sistema, le concentrazioni dei fumi cominciano ad avere picchi più bassi e sono sempre più lentamente decrescenti con la distanza dal camino, mentre il plume rise raggiunge quote sempre maggiori. Alle ore 13:00 assistiamo perciò ad una situazione intermedia dove il picco massimo di concentrazione si aggira attorno ai $2 \frac{\mu g}{m^3}$, mentre il plume si stabilizza ad una quota di 20m. Infine alle ore 21:00 osserviamo un picco massimo di concentrazione molto vicino allo zero ed un plume rise a circa 90m.

E' stata calcolata inoltre anche la concentrazione media dei fumi, il cui andamento in funzione delle coordinate X,Y è il seguente:

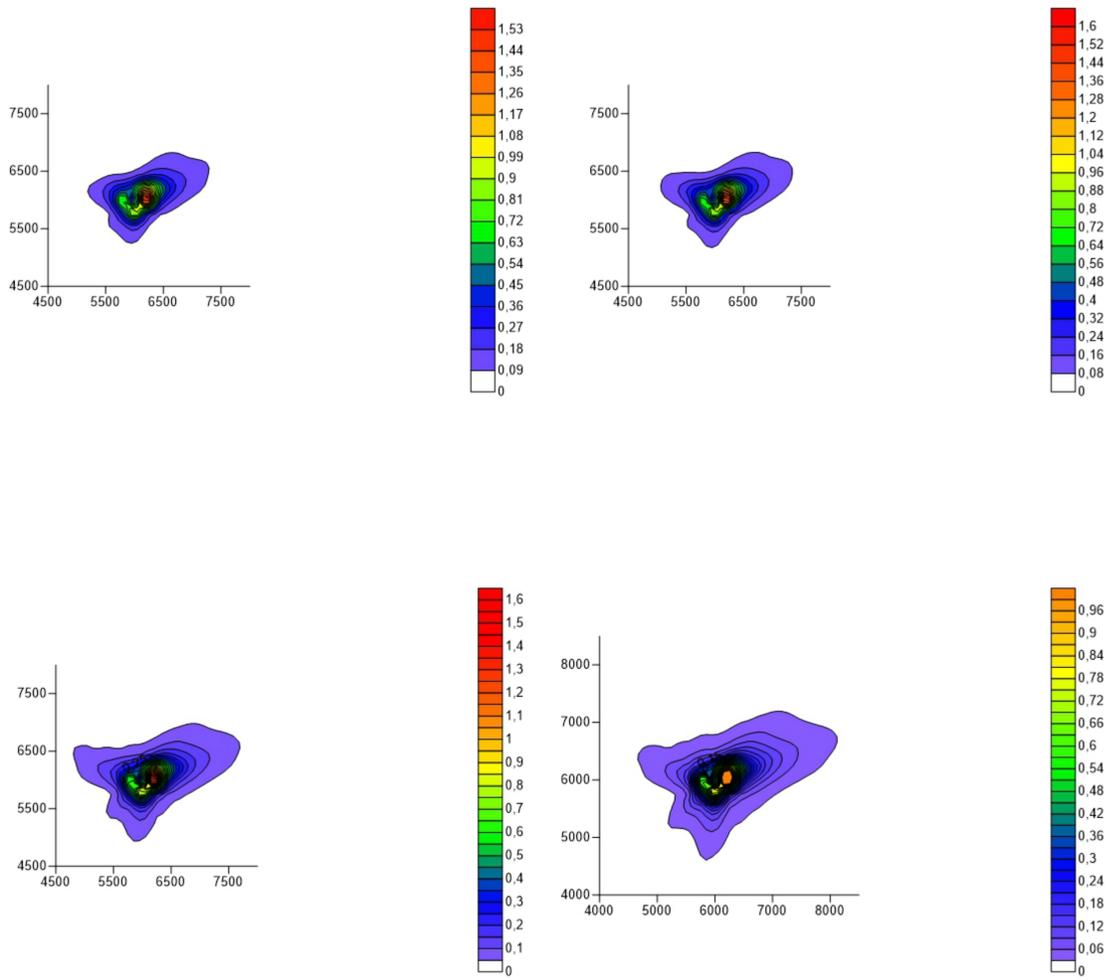
Figure 14: Concentrazione media in funzione delle coordinate X,Y



Da tale figura è evidente come la concentrazione media dei fumi abbia valori massimi vicino al camino e tenda a diminuire man mano che ce ne allontaniamo.

A questo punto, facendo variare l'altezza del camino e ponendola ad esempio uguale ad $h_s = 10\text{m}$, 20m , 40m ed 80m , possiamo mettere a confronto gli analoghi andamenti delle concentrazioni medie, come vediamo in Fig.15.

Figure 15: Concentrazioni medie a varie altezze del camino



Quello che si può osservare è come, al crescere della quota di emissione, la concentrazione media dei fumi tenda a diffondersi sempre maggiormente nello spazio.

4 Percezione umana dell'odore ed elementi modellistici associati

4.1 Introduzione: distanze di separazione contro i cattivi odori

Per calcolare la concentrazione di odore in tempi brevi (come i 5 secondi che occorrono al naso umano per percepire la sensazione di odore) esistono dei modelli di dispersione, tra cui possiamo citare il modello Gaussiano AODM (Austrian Odour Dispersion Model). Tali modelli rappresentano un mezzo comodo con cui calcolare le distanze di separazione dalle sorgenti di odore, che dipendono solitamente dalla direzione del vento, necessarie a proteggere i vicini dai cattivi odori.

La combinazione tra le concentrazioni di soglia e le probabilità di eccesso tollerate, viene detta *criterio di impatto dell'odore*, e differisce da nazione a nazione.

I modelli di dispersione, in realtà, ci forniscono solo valori medi di concentrazione in un'ora o mezz'ora. E' tuttavia possibile trasformare tali valori in concentrazioni a breve tempo, impiegando relazioni semiempiriche dedotte dai risultati ottenuti sperimentalmente o in galleria del vento o in atmosfera direttamente.

I *modelli gaussiani* hanno lo scopo di studiare le emissioni degli inquinanti in un'atmosfera stazionaria e uniforme, e non sono in grado di considerare i cambiamenti meteorologici (come le variazioni della stabilità atmosferica) nello spazio e nell'intervallo temporale.

Un *modello di dispersione Lagrangiano* ha invece un'applicabilità più ampia rispetto ai modelli Gaussiani. In essi, infatti, il pennacchio consiste in particelle singole i cui cammini sono descritti da modelli che si basano sul processo di cammino randomico. Questo tipo di modello ha bisogno di un flusso di campo medio completo e turbolento come modello di partenza.

I modelli di dispersione hanno bisogno per prima cosa di conoscere i dati di input per il vento e la stabilità atmosferica. Mentre le informazioni di vento non sono difficili da ottenere, quelle riguardanti la stabilità atmosferica sono invece molto più complicate da ricavare. E' possibile ad esempio utilizzare le informazioni di stabilità derivate direttamente da anemometri ultrasonici triassiali, sensori in grado di misurare la deviazione standard delle tre componenti del vento, insieme alla lunghezza di Monin-Obukhov oppure il suo inverso, detto parametro di stabilità di Obukhov.

4.2 Stima a breve termine di picchi di concentrazione dell'odore da valori medi orari

I modelli di dispersione regolarmente usati calcolano la concentrazione media degli inquinanti ambientali generalmente in un'ora, ma non ci danno alcuna informazione sulle fluttuazioni da tale valore medio. Il rapporto tra la media a breve termine (importante per la percezione degli odori) e la media a lungo termine (calcolata dal modello di dispersione), viene detto *picco al valor medio*, ed è solitamente usato per descrivere tali fluttuazioni.

Il modello di dispersione AUSTAL2000, ad esempio, calcola i valori medi in un'ora. Le così dette *ore di odore* vengono calcolate moltiplicando il valore medio per un fattore di picco al valor medio pari a 4 (Janicke and Janicke, 2007a,b). Se la concentrazione dell'odore ambientale supera il valore di soglia pari a $0.25\text{ou}_E\text{m}^{-3}$ (ovvero $1\text{ou}_E\text{m}^{-3}$ diviso il fattore 4) allora essa viene effettivamente considerata un'ora di odore.

Il modello di dispersione AUSTAL2000 fa una serie di assunzioni che contribuiscono ad una sottostima nel calcolo dei valori medi di dispersione. Ad esempio si fa l'assunzione che generalmente le sostanze di odore si comportino come gas inerti senza reazioni chimiche o assorbimento.

4.3 Concetto di picco alla media

In Fig.13 possiamo osservare la concentrazione di odore per tre intervalli differenti. In a) viene riportata la concentrazione media oraria, in cui non viene mai superato il valore di soglia per la percezione dell'odore (pari ad $1\text{ou}_E\text{m}^{-3}$). In b) sono invece riportati i valori attorno ad un intervallo di 12 minuti, da cui possiamo vedere come

la concentrazione dell'odore superi tale valore di soglia all'incirca nei primi 3 minuti di percezione. Infine in c) è rappresentato il valore medio della concentrazione in un brevissimo intervallo di 12 secondi, da cui possiamo constatare l'esistenza di percezione di odore ad ogni respiro che viene compiuto (ogni 5 secondi).

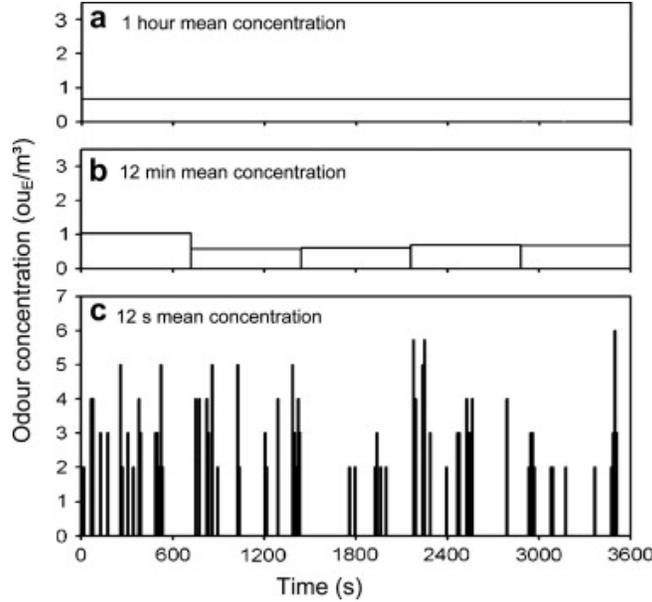


Figure 16: Concentrazione di odore per tre intervalli differenti

Data la concentrazione media su un'ora, il valore medio per un periodo più breve può essere calcolato utilizzando la relazione semiempirica:

$$\frac{C_p}{C_m} = \left(\frac{t_m}{t_p} \right)^u \quad (168)$$

con C_m concentrazione media calcolata per un tempo di integrazione pari a t_m (un'ora), e C_p per un tempo di integrazione t_p . In accordo con la relazione qui sopra, il fattore di picco alla media è definito da

$$F = \frac{C_p}{C_m} \quad (169)$$

A questo punto si apre una questione sul calcolo di C_p . Solitamente vengono utilizzate le seguenti relazioni:

1. $C_p = C_m + \sqrt{\sigma}$, dove $\sqrt{\sigma}$ rappresenta la deviazione standard. Il rapporto $i = \sqrt{\sigma}/C_m$ prende il nome di *intensità della fluttuazione*. Possiamo scrivere anche $F_i = i + 1$
2. Il valore di picco è definito dal 90-esimo percentile, perciò $F_{90} = C_{p90}/C_m$.
3. Il valore di picco è definito dal 98-esimo o 99-esimo percentile
4. Il valore di picco è definito dal massimo $F_{max} = C_{max}/C_m$

4.4 Parametri che influenzano la fluttuazione della concentrazione

Abbiamo detto che il valore di concentrazione dell'odore per un tempo breve di integrazione può essere calcolato dalla media oraria tramite il fattore di picco alla media. Questa conversione dipende dal processo di diluizione dell'atmosfera, legato per lo più al mixing turbolento. I fattori che possono influenzare la fluttuazione della concentrazione sono:

1. la stabilità dell'atmosfera;
2. l'intermittenza;
3. il tempo di viaggio o la distanza percorsa dalla sorgente;
4. la distanza laterale dall'asse della sorgente di odore;
5. la geometria della sorgente (altezza di emissione e configurazione della sorgente).

Il *mixing turbolento* in atmosfera dipende fortemente dalla stabilità di quest'ultima. La stabilità può essere determinata, ad esempio, dalle classi di stabilità discreta, o dalla lunghezza di Monin-Obukhov. L'influenza della stabilità dell'atmosfera sul valore di picco alla media può essere calcolata ad esempio usando $t_m = 3600s$ e $t_p = 5s$ (durata di un singolo respiro). I fattori di picco alla media, che dipendono dalla stabilità atmosferica, vengono allora calcolati dall'esponente u di Smith e Trinity Consultants. Da varie misure, Lung et al. hanno trovato che, vicino al campo della sorgente, il fattore del picco alla media può variare tra $4 < F_{max} < 99$. L'influenza della stabilità dell'atmosfera sul fattore F viene mostrata in Santos et al.

Esiste inoltre la seguente relazione tra F e l'intensità di fluttuazione i , precedentemente definita:

$$F = 1 + \alpha i^2 \quad (170)$$

con $\alpha = 3.6$ ed $i = \sqrt{\sigma}/C_m$. Qui il fattore di picco alla media è legato ad un picco di concentrazione misurato per un tempo di integrazione di 1 s ed un tempo medio di un'ora. L'intensità di fluttuazione è inoltre legata all'*intermittenza* γ tramite la seguente relazione:

$$i^2 = \frac{\beta}{\gamma} - 1 \quad (171)$$

Il parametro β può essere considerato pari a 2,3 o 3.6, a seconda dei diversi lavori che sono stati portati avanti sull'argomento.

La *distanza laterale* y , normalizzata dal parametro di dispersione laterale σ_y dal centro dell'asse del pennacchio, mostra una profonda influenza sull'intensità della fluttuazione, come si può vedere dalla seguente relazione:

$$i(x, y) = i(x) \exp\left(-\frac{y^2}{a\sigma_y^2}\right) \quad (172)$$

con $a=2$ secondo Best et al. ed $a=4$ secondo Katestone Scientific. La riduzione dell'intensità di fluttuazione dipendente dalla distanza, può essere calcolata tramite un modello realizzato da Best et al. e Katestone Scientific, come una funzione della stabilità atmosferica e della geometria della sorgente emittente.

Per quanto riguarda la *geometria della sorgente*, invece, essa viene discussa in dettaglio da Katestone Scientific.

References

- Erwin Petz Martin Piringer, Werner Knauder and GÃEntner Schaubberger. A comparison of separation distances against odour annoyance calculated with two models. *Atmospheric Environment* 116 (2015) 22-35, 2015.
- 2007 NERI Technical Report No. 609, editor. *OML: Review of model formulation*. National Enviromental Research Institute University of Aarhus - Denmark, 2007.
- Roberto Sozzi. *La micrometereologia e la dispersione degli inquinanti in aria*. Agenzia per la protezione dell'ambiente e per i servizi tecnici (APAT), 2003.
- Martin Piringer and Schaubberger [2015]
NERI Technical Report No. 609 [2007]
Sozzi [2003]