

# Hydro-thermal processes model in soil, snow, vegetation «Pochva» for application in atmosphere numerical models

## 1 Introduction

## 2 Surface processes scheme

Взаимодействие между атмосферой и подстилающей поверхностью происходит посредством потоков тепла и воды. Основной характеристикой, описывающей тепловое состояние среды в данной модели, является энтропия. Эта величина выбрана, т. к. является удобной для описания фазовых переходов воды.

При взаимодействии с поверхностью состояния атмосферы задаётся температурой, удельной влажностью воздуха, давлением на нижней уровне, коэффициентами турбулентного обмена между поверхностью и нижнем уровнем атмосферы, потоками видимой и суммарной (net) радиации, потоками атмосферных осадков в жидкой и кристаллической фазах. Состоянии поверхности задаётся температурой и удельной влажностью воздуха. Определение этих характеристик зависит от состава подстилающей поверхности.

### 2.1 Состав подстилающей поверхности

Подстилающая поверхность единичной площади — это совокупность долей этой площади, занятых поверхностями с более или менее однородными, с точки зрения обменных с атмосферой процессов, характеристиками. Поверхность почвы может быть покрыта растительностью (трава, кустарник), высокой растительностью (лес) и снегом. Снежный покров и высокая растительность предполагают наличие особого слоя вещества с особыми термодинамическими характеристиками, т. е. своей собственной температурой. Поэтому, их не возможно рассматривать как некую долю поверхности «той же почвы», а необходимо рассматривать как самостоятельную «колонну». Т.е. Если ввести понятие о доли снежного покрова или снега, то необходимо разделить поверхность на 3 самостоятельные колонны, которые будут иметь собственными температуры при одинаковых (для трёх колон) граничных (сверху и снизу) условиях. В данной версии модели не вводятся 3 самостоятельные колонны, а принимаются следующие упрощающие гипотезы: растительность не делится на высокую и низкую, а любой тип (или смесь типов) растительности рассматривается как поверхность почвы с особыми характеристиками; снежный покров может либо покрывать всю поверхность, либо полностью отсутствовать, доля снежного покрова вводится только как диагностическая величина для расчёта радиационных параметров поверхности (альбедо, излучаемость). Таким образом поверхность может быть либо голой покров, частично покрытой низкой растительностью, которая, в свою очередь, может быть частично покрыта водой, либо снежным покровом, под которым находится почва. Эти два состояния поверхности могут переходить одно в другое, но никогда не существуют вместе.

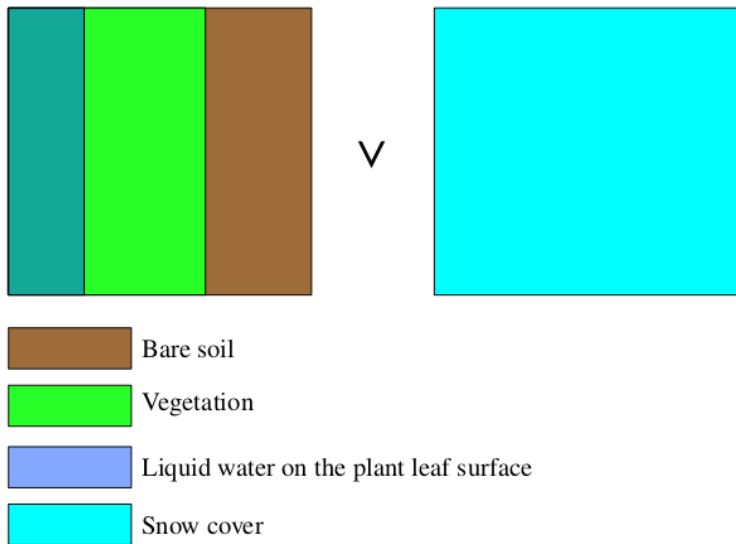


Рис. 1. Схема состава подстилающей поверхности

На площади ячейки численной сетки задаются доля растительности ( $F_{veg}$ ) и доля поверхности листьев низкой растительности, покрытой водой ( $F_{veg}^{wet}$ ).

Таким образом, поверхность взаимодействующая с атмосферой бывает следующих типов: если нет снежного покрова, то:

- 1)  $F_{bare\ soil} = 1 - F_{veg}$  - голая почва,
- 2)  $F_{veg}^{dry} = F_{veg} \cdot (1 - F_{veg}^{leaf\ wet})$  - не увлажнённая поверхность листьев низкой растительности,
- 3)  $F_{veg}^{wet} = F_{veg} \cdot F_{veg}^{leaf\ wet}$  - увлажнённая поверхность листьев низкой растительности;
- 4)  $F_{snow} = 1$

либо  $F_{snow} = 0$ , и тогда реализуются первые три типа поверхности.

Если есть снег, то его доля всегда равна единице ( $F_{snow} = 1$ ) с точки зрения потоков воды, но с точки зрения потоков энтропии доля снега при его наличии может быть равна как единице ( $F_{snow} = 1$ ), если снег достаточно толстый, так и нулю ( $FRAC_{snow} = 0$ ), если снег слишком тонкий (см. схему снега).

Для каждого из этих четырёх типов подстилающей поверхности должны быть определены температура и влажность воздуха. «Суммарные» для данной площади температура, влажности воздуха и потоки будут определяться средним взвешенным значением (пропорционально заданным долям).

## 2.2 Температура и влажность воздуха над голой почвой

Температура ( $T_{surf\ soil}$ ) равна температуре самого верхнего уровня почвы ( $T_{soil0}$ ).

Влажность воздуха определяется диагностическим соотношением:

$$q_{v\ surf\ soil} = q_{v\ atm\ 1} \cdot (1 - \alpha) + q_{v\ sat}(T_{soil\ 0}) \cdot \alpha, \quad (1)$$

где:

$q_{v\ surf\ soil}$  — air specific humidity on the bare soil surface ( $\text{kg kg}^{-1}$ ),

$q_{v\ atm}$  — air specific humidity at the bottom atmosphere level ( $\text{kg kg}^{-1}$ ),

$q_{v\ sat}(T_{soil0})$  — saturation air specific humidity ( $\text{kg kg}^{-1}$ ) at soil surface temperature  $T_{soil0}$ ,

$\alpha_{soil}$  - empirical coefficient.

$$q_{v\ sat} = \begin{cases} q_{v\ sat}^{water}(T_{soil0}), & \text{if } T_{soil0} \geq T_0 \\ q_{v\ sat}^{ice}(T_{soil0}), & \text{if } T_{soil0} < T_0 \end{cases}, \quad (2)$$

где  $q_{v\ sat}^{water}$  и  $q_{v\ sat}^{ice}$  - saturation air specific humidity (kg kg<sup>-1</sup>) at soil surface temperature  $T_{soil0}$  over liquid water and over ice.

Для определения эмпирического коэффициента в данной работе предлагается метод, никогда ранее не использованный. Предлагаемое определение было выработана в ходе численных экспериментов с использование статически значимой оценкой по большой выборке наблюдений на метеостанциях (см. главу 6). Итак,

$$\alpha_{soil} = \frac{2 \cdot F_2^{soil}}{e^{F_1^{soil} K_v^{turb}} + e^{-F_1^{soil} K_v^{turb}}}, \quad (3)$$

где

$K_v^{turb}$  — coefficient of water vapour exchange in the surface layer (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>),

$F_1^{soil}$  и  $F_2^{soil}$  — empirical functions от относительного влагосодержания самого верхнего уровня почвы:

$$F_1^{soil} = 1.5 + 3 \cdot (1 - q_0^{rel})^{0.2 + 0.05 \cdot b}, \quad (4)$$

$$F_2^{soil} = 1 - 0.2 \cdot (1 - q_0^{rel})^{0.2 + 0.05 \cdot b}, \quad (5)$$

где  $b$  — empirical parameter names «soil exponent» (Clapp and Hornberger, 1978),  $q_0^{rel}$  - soil relative water content at the top level (см. главу 4). Выбор значений для определения эмпирических функций очень важен, т. к. существенно влияет на интенсивность потока водяного пара и связанного с потом потока скрытого тепла от испарения, что, в свою очередь, влияет на температуру поверхности почвы и на температуру воздуха на 2 м, используемую для оценок модельных экспериментов. Выбор и влияние значений этих эмпирических коэффициентов будет представлен в одной из последующих публикаций, посвященной оценке результатов численного моделирования.

### 2.3 Температура и влажность воздуха над не увлажнённой поверхностью листьев растительности

Температура ( $T_{veg}^{dry}$ ) равна температуре самого верхнего уровня почвы ( $T_{soil0}$ ). Влажность воздуха определяется диагностическим соотношением, приведённым ниже.

Для определения влажности над поверхностью не увлажнённого листа различаются два случая: эвапотраспирации действует или не действует. Условия действующей эвапотраспирации приведены в главе 3.

В случае отсутствия эвапотраспирации влажность воздуха равна влажности воздуха на нижнем атмосферном уровне, а в случае не смоченного дышащего листа определяется методом аналогичному в случае голой почвы:

$$q_{v\ veg}^{dry} = \begin{cases} q_{v\ atm}, & \text{if evapotranspiration not active} \\ q_{v\ atm} \cdot (1 - \alpha_{veg} \cdot \beta_{veg}) + q_{v\ sat}(T_{soil0}) \cdot \alpha_{veg} \cdot \beta_{veg}, & \text{if evapotranspiration active} \end{cases}, \quad (6)$$

где:

$q_{v\ veg}^{dry}$  — air specific humidity over respiring plant leaf Air specific humidity over respiring plant leaf,

$q_{v\ atm}$  — air specific humidity at the bottom atmosphere level (kg kg<sup>-1</sup>),

$q_{v\ sat}(T_{soil0})$  — saturation air specific humidity (kg kg<sup>-1</sup>) at soil surface temperature  $T_{soil0}$ , (см. параграф 2.2),

$\alpha_{veg}$  - эмпирический параметр, определяемый активностью эвапотранспирации, зависящей от количества листвы и потока видимой солнечной радиации.

$\beta_{veg}$  - параметр, определяемый влагосодержанием в корнеобитаемом слое почвы.

Параметр, определяемый активностью эвапотранспирации, задаётся:

$$\alpha_{veg} = \frac{2 \cdot F_2^{veg}}{e^{F_1^{veg} \cdot K_v^{turb}} + e^{-F_1^{veg} \cdot K_v^{turb}}} , \quad (7)$$

где:

$F_1^{veg}$  и  $F_2^{veg}$  — эмпирические функции, зависящие от коэффициента турбулентного обмена водяным паром в приповерхностном слое атмосферы и от интенсивности процесса эвапотранспирации, которая, в свою очередь, зависит от суммарного потока солнечной радиации и от листового индекса ( $LAI$  - Leaf Area Index):

$$F_1^{veg} = -3.375 \cdot \frac{LAI}{LAI_{max}} + 3.375 , \quad (8)$$

$$F_2^{veg} = \min \left[ \min \left( \frac{F_{rad \, vis}}{600}, 1 \right) \right]^{0.3} , \left( \frac{LAI}{LAI_{max}} \right)^{0.2} \right] , \quad (9)$$

где :

$F_{vis \, rad}$  — flux of visible solar radiation on the surface ( $\text{Watt m}^{-2}$ ),

$LAI_{max}$  — maximum value of Leaf Area Index in the used database.

Для определения параметра, зависящего от влагосодержанием в корнеобитаемом слое почвы приводится описание конечно-разностного представление о пространственной координате, используемой в модели.

Пространственной координатой является геометрическая длина (глубина), отсчёт идёт от поверхности в глубь почвы. Вертикальная координата разбивается на целые и полуцелые уровни, верхний целый уровень имеет индекс ноль, полуцелый уровень с таким же индексом находится над целым уровнем, индексы уровней растут с глубиной (см. рис. 2).

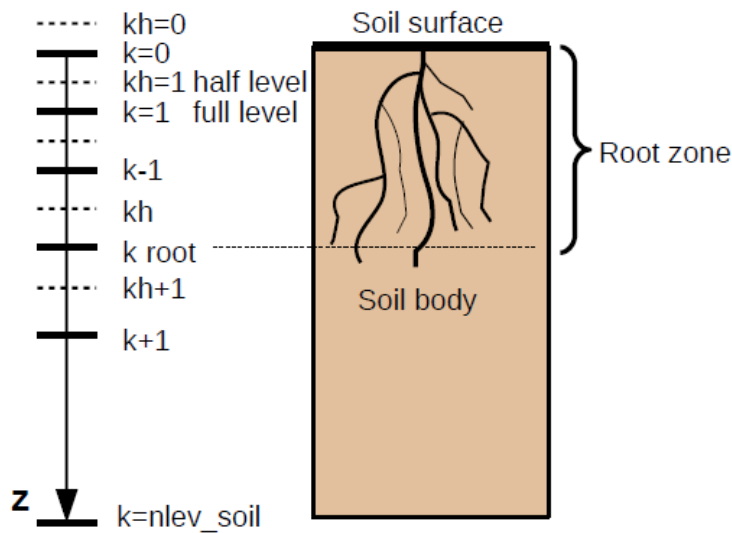


Рис. 2. Схема конечно-разностного представления пространственной координаты в почве.

Верхняя часть почвенной колонны может быть корнеобитаема. Глубина корнеобитаемой зоны определяется как:

$$Z_{root} = \sum_{k=0}^{k_{root}} (z_{kh+1} - z_{kh}) , \quad (10)$$

где  $z$  (m) - space coordinate in soil,  $k$  - index of full-level of space axis in soil,  $k_{root}$  - index of the deepest root zone level.

$$\beta_{veg} = \frac{\sum_{k=0}^{k_{root}} (z_{kh+1} - z_{kh}) \cdot F(q_k^{rel})}{Z_{root}} , \quad (11)$$

$$F(q_k^{rel}) = \begin{cases} 1, & \text{if } q_k^{rel} \geq q_k^{rel \text{ ref}} \\ \frac{q_k^{rel} - q_k^{rel \text{ wilt}}}{q_k^{rel \text{ ref}} - q_k^{rel}}, & \text{if } q_k^{rel \text{ wilt}} < q_k^{rel} < q_k^{rel \text{ ref}} \\ 0, & \text{if } q_k^{rel} \leq q_k^{rel \text{ wilt}} \end{cases} , \quad (12)$$

$$q_k^{rel} = \frac{q_k - q_k^{min}}{q_k^{max} - q_k^{min}} , \quad q_k^{rel \text{ wilt}} = \frac{q_k^{wilt} - q_k^{min}}{q_k^{max} - q_k^{min}} , \quad q_k^{rel \text{ ref}} = \frac{q_k^{ref} - q_k^{min}}{q_k^{max} - q_k^{min}} , \quad (13)$$

где

$q_k$  and  $q_k^{rel}$  — soil specific volumetric ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) and relative (proportion) water content at level  $k$ ,

$q_k^{max}$  — maximum soil specific volumetric at level  $k$  ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$ ),

$q_k^{min}$  — minimum soil specific volumetric at level  $k$  ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$ ),

$q_k^{wilt}$  and  $q_k^{rel \text{ wilt}}$  — soil specific volumetric ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) and relative (proportion) water content at level  $k$  of «wilting point», at this water content plants stop the evapotranspiration because of too dry soil ,

$q_k^{ref}$  and  $q_k^{rel \text{ ref}}$  - soil specific volumetric ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) and relative (proportion) water content at level  $k$  of «reference point», at this water content plants stop the increasing of evapotranspiration because of почва достаточно влажная.

### 2.3 Температура и влажность воздуха над увлажнённой (покрытой каплями) поверхностью листьев растительности

Температура ( $T_{veg}^{wet}$ ) равна температуре самого верхнего уровня почвы ( $T_{soil0}$ ). Влажность воздуха равна влажности насыщения при данной температуре:

$$q_{v \text{ veg}}^{wet} = q_{v \text{ sat}}(T_{soil0}) , \quad (14)$$

где  $q_{v \text{ sat}}(T_{soil0})$  — saturation air specific humidity ( $\text{kg kg}^{-1}$ ) at soil surface temperature  $T_{soil0}$  (см. параграф 2.2).

### 2.4 Температура и влажность воздуха над поверхностью снежного покрова

Температура ( $T_{surf \text{ snow}}$ ) равна температуре самого верхнего уровня снега ( $T_{snow0}$ ). Влажность воздуха равна влажности насыщения при данной температуре:

$$q_{v \text{ surf \text{ snow}}} = q_{v \text{ sat}}(T_{snow0}) , \quad (15)$$

где  $q_{v \text{ sat}}(T_{snow0})$  — saturation air specific humidity ( $\text{kg kg}^{-1}$ ) at snow cover surface temperature  $T_{snow0}$ .

$$q_{v \text{ sat}} = \begin{cases} q_{v \text{ sat}}^{water}(T_{snow0}), & \text{if } T_{snow0} \geq T_0 \\ q_{v \text{ sat}}^{ice}(T_{snow0}), & \text{if } T_{snow0} < T_0 \end{cases} , \quad (16)$$

где  $q_{v\ sat}^{water}$  и  $q_{v\ sat}^{ice}$  - saturation air specific humidity ( $\text{kg kg}^{-1}$ ) at snow cover surface temperature  $T_{snow0}$  over liquid water and over ice.

## 2.5 Температура и влажность воздуха над комплексной подстилающей поверхностью

Имея значения температуры и влажности воздуха над возможными составляющими комплексной подстилающей поверхности и зная долю каждой составляющей, можно определить общую температуру ( $T_{surf}$ ) и влажность воздуха ( $q_{v\ surf}$ ).

При отсутствии снежного покрова или при наличии тонкого снежного покрова (критерий см. схему снега) температура подстилающей поверхности равна средней взвешенной температуре составляющих поверхности:

$$T_{surf} = T_{surf\ soil} \cdot F_{bare\ soil} + T_{veg}^{dry} \cdot F_{veg}^{dry} + T_{veg}^{wet} \cdot F_{veg}^{wet}, \quad (17)$$

в противоположном случае, т. е. при наличии толстого снега

$$T_{surf} = T_{surf\ snow}. \quad (18)$$

При отсутствии снежного покрова влажность воздуха на подстилающей равна средней взвешенной влажности составляющих поверхности:

$$q_{v\ surf} = q_{v\ surf\ soil} \cdot F_{bare\ soil} + q_{v\ veg}^{dry} \cdot F_{veg}^{dry} + q_{v\ veg}^{wet} \cdot F_{veg}^{wet}, \quad (19)$$

в противоположном случае, т. е. при наличии любого количества снега,

$$q_{v\ surf} = q_{v\ surf\ snow}. \quad (20)$$

## 2.7 Поток энтропии между подстилающей поверхностью и атмосферой

Поток энтропии, поступающий на комплексную подстилающую поверхность состоит из турбулентного притока энтропии сухого воздуха, турбулентного притока энтропии водяного пара и притока энтропии суммарной радиации:

$$\Phi_{S\ surf} = \Phi_{S\ rad} + \Phi_{S_{da}}^{turb} + \Phi_{S_v}^{turb}, \quad (21)$$

где:

$\Phi_{S\ surf}$  — entropy flux on the surface ( $\text{J K}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ),

$\Phi_{S_{da}}^{turb}$  и  $\Phi_{S_v}^{turb}$  — entropy fluxes originating from turbulent entropy flux of dry air and of water vapour ( $\text{J K}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ),

$\Phi_{S\ rad}$  — entropy flux originating from summary radiation ( $\text{J K}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ).

Поток энтропии, связанный с потоком воды (в жидкой и кристаллической фазах) атмосферных осадков, не учитывается, т. к. в схеме почвенной энтропии не учитывается поток энтропии, связанный с потоком почвенной воды.

$$\Phi_{S\ rad} = \frac{\Phi_{rad}}{T_{surf}}, \quad (22)$$

$\Phi_{rad}$  — flux of summary radiation ( $\text{Watt m}^{-2}$ ).

Поток энтропии сухого воздуха, определяемый турбулентным обменом в приповерхностном слое между подстилающей поверхностью и нижним атмосферным уровнем определяется так:

$$\Phi_{S_{da}}^{turb} = K_h^{turb} \cdot \rho_{a\ surf} \cdot \frac{S_{da\ surf} - S_{da\ atm}}{z_{atm}}, \quad (23)$$

где:

$K_h^{turb}$  — coefficient of heat exchange in the surface layer ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ),

$\rho_{a\ surf}$  — air density at the surface ( $\text{kg m}^{-3}$ ),

$z_{atm}$  — height of the atmosphere bottom level (m).

$S_{da\ surf}$  и  $S_{da\ atm}$  - specific entropy of dry air on the surface and at the bottom atmosphere level ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ).

Энтропия сухого воздуха определяется соотношением:

$$S_{da} = q_d \cdot \left[ C_p^d \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - R_d \ln \left( \frac{P_d}{P_0} \right) \right] : \quad (24)$$

$S_{da}$  - specific entropy of dry air ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ),

$q_d$  — specific mass of dry air ( $kg\ kg^{-1}$ ),

$T$  — temperature (K),

$P_d$  — partial pressure of dry air (Pa),

$T_0=273.15$  (K) — reference temperature,

$P_0=10^5$  (Pa) — reference pressure,

$C_p^d=1004.6$  ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ) — specific heat capacity of dry air at constant pressure,

$R_d=287.05$  ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ) — gas constant of dry air.

Для определения составляющих энтропии сухого воздуха на поверхности и на нижнем уровне атмосферы используются известные значения температуры, влажности воздуха и давления и соотношения:

$$q_{da\ surf} = 1 - q_{v\ surf} , \quad (25)$$

$$q_{da\ atm} = 1 - q_{v\ atm} , \quad (26)$$

$$P_{d\ surf} = P_{surf} - e_{surf} , \quad (27)$$

$$P_{d\ atm} = P_{atm} - e_{atm} , \quad (28)$$

$q_{da\ surf}$  и  $q_{da\ atm}$  - dry air specific mass on the surface and at the bottom atmosphere level ( $kg\ kg^{-1}$ ),

$P_{d\ surf}$  и  $P_{d\ atm}$  — partial pressure of dry air on the surface and at the bottom atmosphere level (Pa),

$e_{surf}$  и  $e_{atm}$  — partial pressure of water vapour on the surface and at the bottom atmosphere level (Pa).

Поток энтропии водяного пара, определяемый турбулентным обменом в слое между подстилающей поверхностью и нижним атмосферным уровнем определяется так:

$$\Phi_{S_v}^{turb} = K_v^{turb} \cdot \rho_a \cdot \frac{S_{v\ surf} - S_{v\ atm}}{z_{atm}} , \quad (29)$$

где:

$S_{da\ surf}$  и  $S_{da\ atm}$  - specific entropy of water vapour on the surface and at the bottom atmosphere level ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ).

$$S_v = q_v \cdot \left[ C_p^v \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - R_v \ln \left( \frac{e}{e_0} \right) + \frac{L_i^v}{T_0} \right] : \quad (30)$$

$S_v$  - specific entropy of water vapour ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ),

$q_v$  — air specific humidity ( $kg\ kg^{-1}$ ),

$e$  — partial pressure of water vapour (Pa),

$e_0=611$  (Pa) — reference partial pressure of water vapour,

$C_p^v=1869.46$  ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ) — specific heat capacity of water vapour at constant pressure,

$R_v=461.51$  ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ) — gas constant of water vapour,

$L_i^v=2834170.5$  ( $J\ kg^{-1}$ ) — specific heat of phase translation ice-vapour.

Все необходимые параметры были определены выше, используя их определяются энтропии водяного пара на поверхности и на нижнем атмосферном уровне и турбулентный поток водяного пара.

Определённый таким образом суммарный поток энтропии между подстилающей поверхностью и атмосферой ( $\Phi_{S\ surf}$ ) должен быть распределён между составляющими

комплексной подстилающей поверхности для того, чтобы определить граничное условие для прогностического уравнения влагосодержания каждой из сред, находящейся под каждой из типов поверхностей. Подстилающая поверхность может быть либо почвой, покрытой низкой растительностью, либо снежным покровом, который, в свою очередь, может быть толстым или тонким (см. параграф 2.1). С точки зрения обмена энтропией (энергией) низкая растительность является «прозрачным слоем», т. е. не имеет собственной температура, а входит в состав поверхности почвы, поэтому с точки зрения потоков энтропии она не учитывается. Таким образом могут реализоваться два случая.

Первый случай: снежного покрова нет или он тонкий. В этом случае все составляющие потока полностью поступают на поверхность почвы с низкой растительностью, а на поверхность снега не поступает никакого потока:

$$\begin{aligned}\Phi_{S\ surf}^{soil} &= \Phi_{S\ surf} \quad , \\ \Phi_{S\ surf}^{snow} &= 0 \quad .\end{aligned}$$

Второй случай: снежный покров есть и он толстый. Тогда наоборот, весь поток энтропии попадает на поверхность снега, а на поверхность почвы не попадает ничего:

$$\begin{aligned}\Phi_{S\ surf}^{soil} &= 0 \quad , \\ \Phi_{S\ surf}^{snow} &= \Phi_{S\ surf} \quad .\end{aligned}$$

## 2.9 Поток водяного пара между подстилающей поверхностью и атмосферой

Поток водяного пара, возникающий под действием процесса турбулентного обмена между подстилающей поверхностью и атмосферой, определяется так:

$$\Phi_v^{turb} = K_v^{turb} \cdot \rho_a \cdot \frac{q_{v\ surf} - q_{v\ atm}}{z_{atm}} \quad , \quad (31)$$

где:

$\Phi_v^{turb}$  - flux of water vapour in the atmosphere surface layer ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ).

Этот суммарный поток турбулентного обмена между подстилающей поверхностью и атмосферой должен быть распределён между составляющими подстилающей поверхности.

При отсутствии снежного покрова обмен водяным паром происходит между атмосферой и почвой покрытой растительностью, которая может быть частично смочена. Возможны два случая. В первом случае поток положителен, направлен вниз, тогда происходит конденсация (сублимация) водяного пара на поверхности, во втором случае поток отрицателен, направлен вверх, тогда происходит испарение (возгонка) с поверхности.

Если поток направлен вниз, он частично попадает на поверхность голой почвы, частично на поверхность растительности, при этом не увлажнённая поверхность листьев низкой растительности в данном случае «не работает», т. е. не может испарять, поэтому турбулентный поток водяного пара на этой поверхности равен нулю, а увлажнённая поверхность листьев низкой растительности в данном случае принимает на себя всю долю потока над поверхностью растительностью, этот поток водяного пара идёт на образование росы на листьях до достижения максимально возможного значения влагосодержания листьев.

$$\Phi_{v\ soil}^{turb} = \Phi_v^{turb} \cdot (1 - F_{veg}) \quad , \quad (32)$$

$$\Phi_{v\ veg\ dry}^{turb} = 0 \quad , \quad (33)$$

$$\Phi_{v\ veg\ wet}^{turb} = \min \left\{ \Phi_v^{turb} \cdot F_{veg}, \frac{q_{w\ veg}^{max} - q_{w\ veg}}{\Delta t} \right\} \quad , \quad (34)$$

$\Phi_{v \text{ soil}}^{turb}$  - flux of water vapour in the atmosphere surface layer toward bare soil ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ),

$\Phi_{v \text{ veg dry}}^{turb}$  и  $\Phi_{v \text{ veg wet}}^{turb}$  - fluxes of water vapour in the atmosphere surface layer toward not moisten and moisten vegetation ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ),

$q_{w \text{ veg}}$  и  $q_{w \text{ veg}}^{max}$  - water content of plant leafs and its maximum value ( $\text{kg m}^{-2}$ ),

$\Delta t$  — time step (s).

Если поток водяного пара направлен вверх, то он частично забирает воду с поверхности голой почвы, частично забирает воду из почвы через растительности путём эвапотрапирации и частично путём испарения воды, отложенной на листьях. При отсутствии условий для эвапотрапирации (см. схему растительности) забор воды через растительность не возможен и это компенсируется за счёт забора воды из почвы, а испарение отложенной на листьях воды происходит только пока эта вода присутствует.

$$\Phi_{v \text{ veg dry}}^{turb} = \begin{cases} \Phi_{v \text{ surf}}^{turb} \cdot F_{veg}^{dry}, & \text{if evapotraspiration possible} \\ 0, & \text{if evapotraspiration not possible} \end{cases}, \quad (35)$$

$$\Phi_{v \text{ veg wet}}^{turb} = \max \left\{ \Phi_{v \text{ surf}}^{turb} \cdot F_{veg}^{wet}, \frac{-q_{w \text{ veg}}}{\Delta t} \right\}, \quad (36)$$

$$\Phi_{v \text{ soil}}^{turb} = \Phi_{v \text{ surf}}^{turb} - \Phi_{v \text{ veg dry}}^{turb} - \Phi_{v \text{ veg wet}}^{turb}. \quad (37)$$

При наличии снежного покрова поток пара между атмосферой и голой почвой и растительностью отсутствуют, а весь поток направлен от (или к) снежному покрову:

$$\Phi_{v \text{ snow}}^{turb} = \Phi_{v \text{ surf}}^{turb}, \quad (38)$$

где  $\Phi_{v \text{ snow}}^{turb}$  - flux of water vapour in the atmosphere surface layer toward snow cover ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ).

## 2.10 Поток атмосферных осадков на подстилающую поверхность

Из атмосфера на комплексную подстилающую поверхность выпадают жидкие ( $\Phi_w^{liq}$ ) и твёрдые ( $\Phi_w^{ice}$ ) осадки, их поток (интенсивность), определяются атмосферной моделью. Принимаются следующие гипотезы о распределении этих потоков по составляющим подстилающей поверхности.

Если снежный покров отсутствует, то жидкие осадки распределяются по составляющим поверхности с их долями, при этом доля листьев равна сумме их увлажнённой и не увлажнённой части, а избыток того, что может удержаться на листьях падает на голую почву:

$$\Phi_{w \text{ veg}}^{liq} = \min \left\{ \Phi_w^{liq} \cdot F_{veg}, \frac{q_{w \text{ veg}}^{max} - q_{w \text{ veg}}}{\Delta t} \right\}, \quad (39)$$

$$\Phi_{w \text{ soil}}^{liq} = \Phi_w^{liq} - \Phi_{w \text{ veg}}^{liq}, \quad (40)$$

$$\Phi_{w \text{ snow}}^{liq} = 0, \quad (41)$$

где  $\Phi_w^{liq}$ ,  $\Phi_{w \text{ soil}}^{liq}$ ,  $\Phi_{w \text{ veg}}^{liq}$ ,  $\Phi_{w \text{ snow}}^{liq}$  - fluxes of atmosphere precipitation in liquid phase on the surface, on soil surface, on vegetation, and on snow cover surface, ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ).

Если снежный покров присутствует, то все жидкие осадки направляются на поверхность снега:

$$\Phi_{w \text{ soil}}^{liq} = \Phi_{w \text{ veg}}^{liq} = 0, \quad (42)$$

$$\Phi_{w \text{ snow}}^{liq} = \Phi_w^{liq}. \quad (43)$$

Твёрдые осадки направляются только на поверхность снега (реальную или условную, если её ещё нет и она начинает формироваться):

$$\Phi_{w \text{ snow}}^{ice} = \Phi_w^{ice}, \quad (44)$$

$$\Phi_{w \text{ soil}}^{ice} = \Phi_{w \text{ veg}}^{ice} = 0 \quad . \quad (45)$$

где  $\Phi_w^{ice}$ ,  $\Phi_{w \text{ snow}}^{ice}$ ,  $\Phi_{w \text{ soil}}^{ice}$ ,  $\Phi_{w \text{ veg}}^{ice}$  - fluxes of atmosphere precipitation in solid phase on the surface, on the snow cover surface, on soil surface, on vegetation ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ).

Схема процессов на подстилающей поверхности определяет условия на верхней границе колоны почвы при отсутствии снежного покрова или на верхней границы колоны снега при его присутствии. Граничные условия задаются потоками энтропии и воды, который может состоять из потока водяного пара или осадков. А также, схема определяет температуру и влажность воздуха комплексной подстилающей поверхности.

### 3 Scheme of vegetation processes

В схеме растительности представлены два процесса: эвапотраспирация и удержание воды на листьях растений.

Рассмотрим представление процесса эвапотраспирации. В предыдущей главе рассматривались потоки водяного пара между подстилающей поверхностью с нижним атмосферным уровнем был определён поток водяного пара из-за возможной эвапотраспирации растительности ( $\Phi_v^{turb \text{ veg dry}}$ , 33, 35). В данной главе определяются условия, при которых эвапотраспирация возможна, а также определяется изменение влагосодержания почвы из-за эвапотраспирации.

Эвапотраспирация возможна, если выполнены следующие условия:

- 1) на всех уровнях корнеобитаемой зоны в почвы температура выше нуля;
- 2) удельная влажность воздуха насыщения при температуре подстилающей поверхности выше удельной влажности воздуха на нижнем атмосферном уровне, т.е. поток водяного пара может быть направлен вверх;
- 3) присутствует листва, т.е. Leaf Area Index ( $LAI$ ) не нулевой;
- 4) возможен фотосинтез, т.е. поток видимой солнечной радиации не нулевой.

Поток водяного пара из-за эвапотраспирации с не увлажнённой поверхности листьев ( $\Phi_v^{turb \text{ veg dry}}$ , см. параграф 2.9) забирает воду из корнеобитаемой зоны почвы, при этом каждый уровень корнеобитаемой зоны теряет влагосодержание пропорционально его вкладу в определение потока эвапотраспирации. В параграфе 2.3 было представлено как определяется влажность воздуха над не увлажнённой поверхностью растительности в зависимости от интенсивности эвапотраспирации (6, 11), а также была представлена схема конечно-разностного представления пространственной координаты в почве (рис. 2).

Тогда доля (вклад) каждого из уровней корнеобитаемой зоны в общий поток воды из-за эвапотраспирации равен:

$$F_k = \frac{(z_{kh+1} - z_{kh}) \cdot F(q_k^{rel})}{Z_{root}} \quad (46)$$

и изменение влагосодержания каждого уровня из-за эвапотраспирации:

$$q_k^{\Delta t} = q_k^0 + \Phi_v^{turb \text{ veg dry}} \cdot F_k \cdot \frac{\Delta t}{\rho_w \cdot (z_{kh+1} - z_{kh})} \quad , \quad (47)$$

$\rho_w$  - liquid water density ( $\text{kg m}^{-3}$ ).

Перейдём к представлению процесса удержания воды на листьях растений. Содержание воды на листьях низкой растительности определяется турбулентным потоком водяного пара между поверхностью листьев и нижним атмосферным уровнем ( $\Phi_v^{turb \text{ veg wet}}$ ), при котором может происходить испарение (возгонка) этой воды или её конденсация (сублимация), а также потоком

атмосферных осадков в жидкой фазе на поверхность растительности ( $\Phi_{w \text{ veg}}^{liq}$ ). Поэтому прогностическое уравнение для воды, удержанной листьями, можно записать в виде:

$$q_{w \text{ veg}}^{\Delta t} = \max \left\{ \min \left[ q_{w \text{ veg}}^0 + \left( \Phi_{v \text{ veg wet}}^{turb} + \Phi_{w \text{ veg}}^{liq} \right) \cdot \Delta t, q_{w \text{ veg}}^{\max} \right], 0 \right\}, \quad (48)$$

$q_{w \text{ veg}}^{\Delta t}$  и  $q_{w \text{ veg}}^0$  — water content of plant leafs at begining and end of time step ( $\text{kg m}^{-2}$ ), а остальные переменные определены в параграфах 2.9 и 2.10.

Вода, удержанная листьями растительности, может покрывать льстья частично или полностью, как было указано в параграфе 2.1, т. е. было введено понятие доли увлажнённой части листьев ( $F_{\text{leaf wet}}^{\text{veg}}$ ). Эта доля определяется диагностическим соотношением:

$$F_{\text{leaf wet}}^{\text{veg}} = \left( \frac{q_{w \text{ veg}}}{q_{w \text{ veg}}^{\max}} \right)^{2/3}, \quad (49)$$

где степень  $2/3$  задаётся в соответствии с соотношением площади сечения о объёма капель сферической формы.

Схема процессов растительности определяет изменение влагосодержание корнеобитаемой зоны почвы из-за эвапотраспирации и количества воды, удерживаемой листьями растений, а также задаёт диагностическое определение доли увлажнённой поверхности листьев.

#### 4 Scheme of water exchange processes in the soil

Основное уравнение, описывающее движение воды по почвенному профилю — это следствие закона Дарси (Darcy's law):

$$\Phi_f = -\frac{\Omega}{\mu} \nabla P, \quad (50)$$

где  $\Phi_f$  — rate of fluid ( $\text{m s}^{-1}$ ),  $\nabla P$  — pressure gradient ( $\text{Pa m}^{-1}$ ),  $\mu$  — Fluid viscosity ( $\text{Pa s}$ ),  $\Omega$  — sectional area ( $\text{m}^2$ ).

В применении к переносу почвенной воды закон Дарси принимает вид:

$$W_s \frac{\partial \Psi}{\partial t} = K \nabla^2 \Psi - G, \quad (51)$$

где  $\Psi$  — hydraulic head, or hydraulic potential ( $\text{m}$ ),  $W_s$  — water specific storage ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) equal ration of drained water volume to total matenal volume, or maximum specific volumetric water content,  $K$  - hydraulic conductivity ( $\text{m s}^{-1}$ ),  $G$  — water source terms ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ),  $t$  — time ( $\text{s}$ ).

В предположении, что источников воды нет и что рассматривается только вертикальная координата, уравнение принимает вид:

$$W_s \frac{\partial \Psi}{\partial t} = K \frac{\partial \Psi^2}{\partial z^2}. \quad (52)$$

В привычной «почвенной» терминологии это основное прогностическое для влагосодержания уравнение выглядит так:

$$q_{\max} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \left( \frac{\Phi_w}{\rho_w} \right)}{\partial z}, \quad (53)$$

где  $\frac{\Phi_w}{\rho_w} = K \frac{\partial \Psi}{\partial z}$ ,  $\Phi_w$  — soil water flux ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ),  $q_{\max}$  — maximum specific volumetric water content ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ), т. е. случай, когда все поры почвы заполнены водой, этот параметр зависит от текстуры почвы и меняется вдоль профиля в зависимости от почвенного горизонта (soil horizon).

Данное уравнение оперирует гидравлическим потенциалом почвы, в то время как основным прогностическим параметром влагосодержания почвы является  $q$  — общее удельное объёмное

влажностное содержание почвы ( $\text{m}^3\text{m}^{-3}$ ), поэтому необходимо выразить  $\Psi$  через  $q$ .

Используя метод Clapp and Hornberger (1978) и вводя представление о почвенной влаге частично замёрзшей, представим гидравлический потенциал как:

$$\Psi = \Psi_g \left( \frac{q_{\max}}{q(1-f_{\text{ice}}^{\text{soil}})} \right)^b, \quad (54)$$

$\Psi_g$  — гидравлический потенциал насыщенного грунта (when  $q=q_{\max}$ ),  $b$  — эмпирический параметр, называемый «показателем экспоненты», оба эти параметра зависят от текстуры почвы и меняются вдоль профиля в зависимости от почвенного горизонта (soil horizon),  $f_{\text{ice}}^{\text{soil}}$  — доля замёрзшей воды в общей почвенной влаге. Заметим, что формула (54) может быть использована только при  $f_{\text{ice}}^{\text{soil}} < 1$ , т. к. при полном замораживании воды гидравлический потенциал становится бесконечно большим, никакое движение воды невозможно.

Важным компонентом уравнения (53) является гидравлическая проводимость почвы, которая зависит от влажности почвы и от её физических свойств. Используя метод Clapp and Hornberger (1978) и дополняя его для случая частично замёрзшей почвенной влаги, зависимость гидравлическая проводимость зависит от влажности почвы имеет вид:

$$K = K_g \left( \frac{q - f_{\text{ice}}^{\text{soil}} q}{q_{\max} - f_{\text{ice}}^{\text{soil}} q} \right)^{2b+3}, \quad (55)$$

$K_g$  — гидравлическая проводимость насыщенного грунта (when  $q=q_{\max}$ ), зависит от текстуры почвы и меняется вдоль профиля в зависимости от почвенного горизонта (soil horizon).

Если подставить выражение (54) в уравнение (53) в предположении, что доля замёрзшей воды не меняется в ходе описываемого процесса, т. е.  $\partial f_{\text{ice}}^{\text{soil}} / \partial t = 0$ , то получим прогнозирующее уравнение относительно переменной  $q$ , описывающее движение воды вдоль почвенного профиля:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial \left( \frac{\Phi_w}{\rho_w} \right)}{\partial z} - \frac{q_{\max}}{q} \cdot \Psi_g \cdot b \cdot \left( \frac{q_{\max}}{q(1-f_{\text{ice}}^{\text{soil}})} \right)^b. \quad (56)$$

В конечно-разностном представлении (см. рис.2) при применении явной аппроксимации для представления членов, описывающих потоки воды и пространственные производные переменной, уравнение (56) принимает вид:

$$\frac{q_k^{\Delta t} - q_k^0}{\Delta t} = \frac{\frac{\Phi_w^0}{\rho_w}{}_{kh+1} - \frac{\Phi_w^0}{\rho_w}{}_{kh}}{z_{kh+1} - z_{kh}} \cdot \frac{1}{-\left( \frac{q_{\max}}{q_k^0} \right) \cdot \Psi_g \cdot b \cdot \left( \frac{q_{\max}}{q_k^0(1-f_{\text{ice}}^{\text{soil } 0})} \right)^b}, \quad (57)$$

$$\frac{\Phi_w^0}{\rho_w}{}_{kh} = K_{kh} \cdot \frac{\Psi_k^0 - \Psi_{k-1}^0}{z_k - z_{k-1}}, \quad (58)$$

верхние индексы «0» и « $\Delta t$ » обозначают значения переменных в начале и конце шага по времени, нижние индексы « $k$ » и « $kh$ » обозначают значения переменных на целых и полуцелых вертикальных уровнях.

Значения переменных на полуцелых уровнях рассчитываем как среднее арифметическое:

$$x_{kh} = \frac{1}{2} (x_{k-1} + x_k).$$

В случае если вся почвенная вода замёрзла  $f_{ice}^{soil}=1$ , гидравлический потенциал стремится к бесконечности, тогда просто считается, что поток воды равен нулю: если  $f_{ice k}=1$  или  $f_{ice k-1}=1$ , то  $\Phi_{wkh}^0=0$ .

## 5 Scheme of thermal exchange processes in the soil

Как было указано в главе 2, величиной, описывающей тепловое состояние среды в данной модели, принята энтропия. Использование этой величины позволяет в удобной математической форме описывать фазовые переходы почвенной воды, при этом с точки зрения описания переносов тепла не отличается от любой другой термодинамической величины. В данной модели предлагается применять метод расщепления при решении прогностического уравнения для энтропии: отдельно решать уравнение кондуктивного переноса энтропии влажной почвы без учёта переноса энтропии, связанной с потоком воды, и уравнение сохранения энтропии влажной почвы при фазовых переходах почвенной влаги. Расщепление решения и отказ от учёта потока энтропии, связанного с потоком почвенной воды, были сделаны на основе опыта численного решения данной проблемы. При применении различных (с точки зрения аппроксимации производных по времени и пространству) численных методов были обнаружены проблемы, связанные с тем, что малые численные погрешности (малая разница больших величин) приводили к такой неустойчивости численного решения, которое не было приемлемо с точки зрения физического смысла, т. е. математическое решение находилось, но оно иногда (при определённых обстоятельствах) не соответствовало заложенным физическим гипотезам.

Рассмотрим сначала первую часть задачи — кондуктивный перенос энтропии влажной почвы. Этот процесс описывается уравнением диффузии, принятом в следующем виде:

$$\frac{\partial S_{soil}}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_{S\ soil}}{\partial z}, \quad (59)$$

где  $S_{soil}$  — soil entropy ( $J\ K^{-1}\ m^{-3}$ ),  $\Phi_{S\ soil}$  - soil entropy flux ( $J\ K^{-1}\ m^{-2}\ s^{-1}$ ).

Энтропия влажной почвы (почвы, содержащей воду), является функцией удельной энтропии почвы:

$$S_{soil} = \rho_{soil} S_{soil}^{spec}, \quad (60)$$

$$S_{soil}^{spec} = C_{soil} \ln \left( \frac{T}{T_0} \right), \quad (61)$$

где:

$S_{soil}^{spec}$  - specific entropy of humid soil ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ),  $\rho_{soil}$  - density of humid soil ( $kg\ m^{-3}$ ),  $C_{soil}$  - specific heat capacity of humid soil ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ),  $T$  — температура почвы ( $K$ ).

Поток кондуктивного переноса энтропии определяется как:

$$\Phi_{S\ soil} = \frac{\lambda_{soil}}{C_{soil}} \frac{\partial S_{soil}^{spec}}{\partial z}, \quad (62)$$

$\lambda_{soil}$  — specific heat conductivity of humid soil ( $J\ s^{-1}\ m^{-1}\ K^{-1}$ ).

С термодинамической точки зрения влажная почва включает два компонента: сухую почву, которая не подвергается фазовым переходам, и воду, которая подвергается фазовым переходам и может быть представлена частично жидкой водой и частично льдом (парообразная фаза воды в почве не рассматривается). Поэтому вводятся следующие предположения о физических параметрах влажной почвы:

$$\rho_{soil} = \rho_{soil}^{dry} + q \left( (1 - f_{ice}^{soil}) \rho_w + f_{ice}^{soil} \rho_i \right), \quad (63)$$

$$C_{soil} = C_{soil}^{dry} + q \left( (1 - f_{ice}^{soil}) C_w + f_{ice}^{soil} C_i \right), \quad (64)$$

$\rho_{soil}^{dry}$  — density of dry soil ( $\text{kg m}^{-3}$ ),  $C_{soil}^{dry}$  — specific heat capacity of dry soil ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ), обе величины зависят от свойств почвы (текстуры) и меняются по вертикали,  $\rho_w$  and  $\rho_i$  - density of liquid water ( $1000 \text{ kg m}^{-3}$ ) and ice ( $900 \text{ kg m}^{-3}$ ),  $C_w$  and  $C_i$  - specific heat capacity of liquid water ( $4186.8 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) and ice ( $2093.4 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ),  $q$  — soil specific volumetric water content ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) and  $f_{ice}^{soil}$  — fraction of frozen water in total soil water, the same in previous capters.

Определение удельной теплопроводности влажной почвы представляет собой отдельную небанальную задачу. Основным фактором, определяющим этой величину, является влажность (содержание воды) почвы. Существуют различные подходы для задания зависимости теплопроводности почвы от её влажности, например, через гидравлический потенциал (Pielke, 2013), или через относительную влажность и теплопроводность сухой и насыщенной влагой почвы (Peters-Lidard et al., 1998, Best et al., 2011). В данной работе предлагается ещё один вариант определения: через относительную влажность и плотность сухой почвы:

$$\lambda_{soil} = \min \left\{ \min \left[ \frac{\rho_{soil}^{dry}}{1000} \cdot \sqrt{q^{rel}} + 0.3 \cdot \frac{\rho_{soil}^{dry}}{1000}, 3.0 \right] + q \cdot f_{ice}^{soil} \cdot \lambda_i, 3.0 \right\}, \quad (65)$$

$q^{rel}$  - soil relative water content, as (13),  $\lambda_i$  - specific heat conductivity of ice ( $2.0 \text{ J s}^{-1} \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ).

Данное определение и значения коэффициентов были выработаны в ходе численных экспериментов и оценки температуры воздуха, представленные в главе 9. Определение этой величины существенно влияет на симуляцию поверхностной температуры, особенно на максимальные и минимальные суточные значения, амплитуду суточного хода особенно в ситуациях стабильного пограничного слоя. Эксперименты показали, что эмпирическая формула пригодна для различных типов почвы, встречающихся на территории Европы и Передней Азии.

Перейдём к рассмотрению второй части задачи — сохранение энтропии почвенной влаги при её фазовых переходах, т. е. следующая величина, равная сумме энтропий жидкой воды и льда:

$$S_{soil}^{water} = \rho_w q \left( 1 - f_{ice}^{soil} \right) \left( C_w \ln \frac{T}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right) + \rho_i q f_{ice}^{soil} C_i \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0}, \quad (66)$$

$S_{soil}^{water}$  - entropy of soil water ( $\text{K}^{-1} \text{m}^{-3}$ ),  $L_i^w$  - specific heat of phase translation ice-water ( $333560.5 \text{ J kg}^{-1}$ ).

В уравнении кондуктивного переноса энтропии (59) не рассматриваются фазовые переходы воды, т. е. доля льда в почвенном влагосодержании ( $f_{ice}^{soil}$ ) считается известной, в уравнении присутствует только одно неизвестное — температура. В уравнении, описывающем фазовые переходы почвенной воды (66), присутствуют два неизвестных — температура и доля льда почвенной влаги, поэтому для решения этой задачи необходимо ввести ещё одно уравнение, связывающее два неизвестных между собой. Введём такое уравнение на основе физических гипотез о том, что при температуре выше нуля доля льда равна нулю (лёд не может существовать), а при температуре ниже некоторого порогового значения (примем  $-30^\circ \text{C}$ ) вода в жидкой фазе не может существовать, т. е. доля льда равна единице, между этими пороговыми значениями доля льда увеличивается с понижением температуры и это повышение опишем функцией гиперболического тангенса:

$$f_{ice}^{soil} = -\tanh \left[ (T - T_0) \cdot a \cdot f_b \right], \quad (67)$$

эмпирический коэффициент  $a = \frac{-4}{-30}$  определяет термодинамический режим и не зависят от свойств почвы, а коэффициент  $f_b$  зависит от свойств почвы и колеблется в интервале  $1 \leq f_b \leq 2$ :

$$f_{ice}^{soil} = 2 - \left\{ \frac{\min[\max(b, 4), 12] - 4}{8} \right\}, \quad (68)$$

$b$ - soil exponent, the same in previous chapters, чем больше значение soil exponent, тем плавнее (smoother function) рост доли льда с понижением температуры.

Рассмотрим метод численного решения расщеплённой задачи.

Используем дискретизацию вертикальной координаты как было показано в главе 2 (рис.2), используем явный метод для аппроксимации пространственных производных (поток и их производных), тогда уравнение кондуктивного переноса энтропии (59) принимает следующий конечно-разностный вид:

$$\frac{\rho_{soil}^k C_{soil}^k \ln \frac{T_k^*}{T_0} - \rho_{soil}^k C_{soil}^k \ln \frac{T_k^0}{T_0}}{\Delta t} = \frac{\frac{\lambda_{soil}^{kh+1}}{C_{soil}^{kh+1}} \frac{C_{soil}^{k+1} \ln \frac{T_{k+1}^0}{T_0} - C_{soil}^k \ln \frac{T_k^0}{T_0}}{z_{k+1} - z_k} - \frac{\lambda_{soil}^{kh}}{C_{soil}^{kh}} \frac{C_{soil}^k \ln \frac{T_k^0}{T_0} - C_{soil}^{k-1} \ln \frac{T_{k-1}^0}{T_0}}{z_k - z_{k-1}}}{z_{kh+1} - z_{kh}}, \quad (69)$$

индексы « $k$ » и « $kh$ » обозначают значения переменных на целых и полуцелых вертикальных уровнях, верхние индексы «0» и «\*» обозначают значение температуры переменных в начале и после решения задачи кондуктивного переноса. Значения физических параметров на полуцелых уровнях рассчитываем как среднее арифметическое от значений, заданных на целых уровнях. Для определения плотности и теплоёмкости влажной почвы используем значение доли ледяной фазы почвенной вода на начало шага по времени.

Решение уравнения (69) позволяет определить температуру  $T^*$  после учёта кондуктивного притока тепла, но без учёта возможных фазовых переходов.

После решения первой части расщеплённой задачи с полученным значением температуры ( $T^*$ ), мы можем определить значение энтропии почвенной воды, которое считаем окончательным в конце шага по времени:

$$S_{soil\ k}^{\Delta t} = \left[ \rho_w q_k \left( 1 - f_{ice\ k}^{soil\ 0} \right) \left( C_w \ln \frac{T_k^*}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right) + \rho_i q_k f_{ice\ k}^{soil\ 0} C_i \ln \frac{T_k^*}{T_0} \right] \cdot (z_{kh+1} - z_{kh}), \quad (70)$$

где  $q_k$  и  $f_{ice\ k}^{soil\ 0}$  — общее влагосодержание и доля ледяной фазы на уровне  $k$ , доля со значением до учёта фазовых переходов.

Полученное значение энтропии почвенной воды мы используем для определения значений температуры и доли ледяной фазы в конце шага по времени, т. е. после учёта фазовых переходов при помощи решения системы уравнений:

$$\left[ \rho_w q_k \left( 1 - f_{ice\ k}^{soil\ \Delta t} \left( T_k^{\Delta t} \right) \right) \left( C_w \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right) + \rho_i q_k f_{ice\ k}^{soil\ \Delta t} \left( T_k^{\Delta t} \right) C_i \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} \right] \cdot (z_{kh+1} - z_{kh}) = S_{soil\ k}^{\Delta t}, \quad (71)$$

$$f_{ice}^{soil\ \Delta t} = -\tanh \left[ \left( T_k^{\Delta t} - T_0 \right) \cdot a \cdot f_b \right]$$

$T_k^{\Delta t}$  и  $f_{ice\ k}^{soil\ \Delta t}$  — значения температуры и доли ледяной фазы почвенной воды на уровне  $k$  после учёта фазовых переходов, т. е. в конце шага по времени в конце шага по времени.

Систему уравнений (71) мы решаем методом последовательных приближений (iteration), который в данном случае эффективен, поскольку обе функции (66) и (68) являются гладкими и монотонными.

Заметим здесь, что при наличии тонкого слоя снега по поверхности почвы, для которого нецелесообразно с точки зрения численной точности решать отдельную задачу кондуктивного переноса тепла и фазовых переходов, к энтропии почвенной воды на поверхностном почвенном уровне (индекс ноль) прибавляем энтропию тонкого снежного слоя (см. следующую главу). В

результате получаем значение температуры в конце шага по времени общее для поверхности почвы и тонкого снега.

## 6 Snow scheme

Процессы образования, эволюции, таяния снега на поверхности почвы очень важны, т. к. связаны с фазовыми переходами воды, т. е. мощным источником (стоком) тепла, а также с эффектом тепловой изоляции почвы от атмосферы. В данной работе предлагается оригинальная схема многоуровневого снежного покрова.

Как было указано в 2 главе, с точки зрения термодинамических процессов снежный покров может либо полностью покрывать поверхность, либо полностью отсутствовать. При этом вводится понятие некоей минимальной толщины снежного покрова, при которой снег может рассматриваться как отдельный слой с точки зрения процессов кондуктивного переноса тепла и фазовых переходов воды. Если толщина меньше этого порогового значения, то снег рассматривается как дополнительный компонент поверхностного слоя почвы (см. главу 5). В то же время при рассмотрении баланса воды, т. е. процессов связанных с выпадением атмосферных осадков, сублимации или возгонки водяного пара, толщина снежного покрова может быть сколь угодно малой, т. е. для этих процессов не применяется понятие минимальной толщины.

Снег представляет собой пористую массу «льда», которая может содержать жидкую воду, образующуюся либо при таянии самой этой массы, либо при выпадении жидких осадков. Эта жидкая вода, при появлении сразу же протекает либо в более глубокие слоя снега, либо в почву. С поверхности снега происходит возгонка ледяной фазы.

В предлагаемой модели для в качестве вертикальной координаты в толще снега предлагается использовать не геометрическую длину, а массу на единицу площади ( $kg/m^2$ ). Вертикальная координата разбивается на целые и полуцелые уровни, верхний целый уровень имеет индекс ноль, полуцелый уровень с таким же индексом находится над целым уровнем, индексы уровней растут с глубиной (см. рис. 3). При использовании такой вертикальной координаты общая масса снега на уровнях, кроме верхнего, постоянна. Все слои, кроме верхнего, имеют одинаковую (стандартную) толщину. При увеличении или уменьшении общей массы снега сначала меняется толщина верхнего слоя. Если же его толщина достигает (или превосходит) значение стандартной толщины, или если его толщина становится менее минимального значения, то добавляется или убавляется один уровень, а значения температуры снега и содержания талой воды пересчитываются с учётом нового или исчезнувшего уровня так, что были сохранены общие (по всей снежной колонне) значения энтропии снега, количества талой воды и некоторых диагностических характеристик таких как, возраст снега, его плотность и др. При этом увеличение количества уровней не может превышать некоего заданного максимального значения. Если общая толщина такова, что этого количества уровней не хватает, то увеличивается (удваивается) значение стандартной толщины, определяются новые уровни и производится перерасчёт всех прогностических и диагностических параметров снега на новых уровнях с сохранением интегральных по вертикали значений. То же самое происходит при уменьшении общей массы, т. е. обратный процесс, когда стандартная толщина уменьшается (в два раза). Таким образом численная схема позволяет описывать снежный покров произвольной толщины, следить за его увеличением или уменьшением, но при этом количество численных уровней ограничено неких заданных числом.

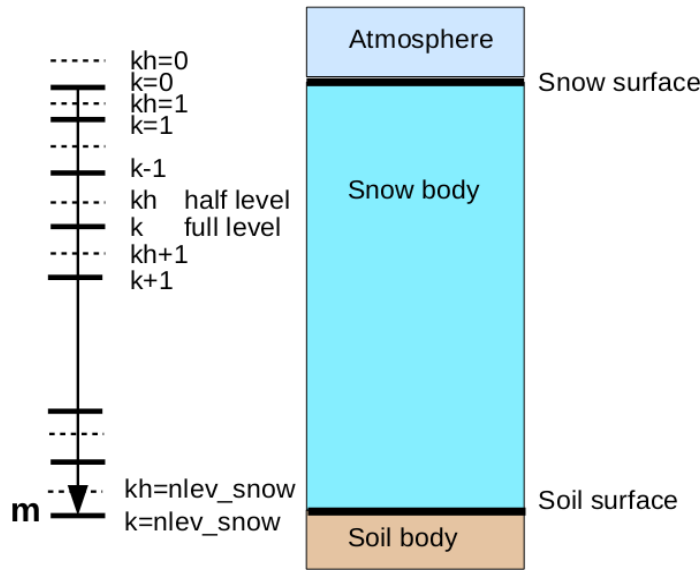


Рис. 3. Схема конечно-разностного представления пространственной координаты в снеге.

### 6.1 Processes of dynamic and balance of snow mass

Динамика массы снежного покрова определяется изменением двух составляющих снежного покрова: кристаллической и жидкой. Изменение первой составляющей происходит на верхнем уровне снега при выпадении кристаллических осадков и сублимации/возгонки водяного пара, другие уровни в этом процессе не участвуют. Изменение второй составляющей происходит при выпадении на верхний уровень жидких осадком и таянии снега на любых уровнях, при этом жидкая вода стекает в нижележащие слои снега или в почву. Общий баланс массы снега определяется суммой потоков воды (во всех фазах) на верхнем и нижнем уровнях.

Поток массы воды на верхнем уровне снега описан в главе два (см. уравнения 38, 41, 43, 44). На нижнем уровне поток массы воды определяется потоком жидкой воды с вышележащего уровня. Процесс стекания жидкой воды по снежному профилю описывается так: вся жидкая вода, которая в начале шага находится на уровне  $k$ , в конце шага оказывается на уровне  $k+1$ , эта гипотеза вполне приемлема, т. к. эмпирические данные показывают, что даже очень низкой скоростью стекания жидкой воды все-таки превосходит значения, применяемые в схеме снежного покрова (толщина снежных слоёв порядка сантиметров и шаг по времени порядка минут). Поток жидкой воды на полуцелом уровне снега:

$$\Phi_{m\ kh} = \frac{m_{k-1} \cdot (1 - f_{ice}^{snow})}{\Delta t}, \quad (72)$$

где  $\Phi_m$  — flux of liquid water in snow at level  $kh$  ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ),  $m_{k-1}$  — specific (total) snow mass at level  $k-1$  ( $\text{kg m}^{-2}$ ),  $f_{ice}^{snow}$  — fraction of ice phase in total snow mass at level  $k-1$ .

Поток воды на нижнем полуцелом уровне снега — это поток воды из воды на поверхность почвы (см. главу 3).

### 6.2 Processes of heat conduction and water phase transition in the snow

Как и в схеме почвы, основным уравнением, описывающим тепловое состояние снега, является уравнение сохранения и переноса энтропии:

Основное уравнение:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial \Pi_s}{\partial m} ,$$

где  $S$  — общая энтропия среды, состоящей, в общем случае, из  $n$  компонентов:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{V} \cdot S_i ,$$

где  $V$  — общий объём многокомпонентной среды,  $m_i$  и  $S_i$  — масса и удельная энтропия  $i$ -ого компонента среды.

Обычно используют 2 варианта этой формы:

$$1) \quad S = \sum_{i=1}^n q_i \rho_s S_i , \text{ если } q_i = \frac{\rho_i}{\rho_s} ,$$

$$2) \quad S = \sum_{i=1}^n q_i \rho_i S_i , \text{ если } q_i = \frac{V_i}{V_s} .$$

В снеге среда состоит из двух компонентов: собственно снег (воды в твёрдой фазе) с удельной энтропией  $S_i$  и жидкой воды с удельной энтропией  $S_w$ :

$$S_i = C_i \ln \frac{T}{T_0} ,$$

$$S_w = C_w \ln \frac{T}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} ,$$

$C_w$  — удельная теплоёмкость воды равна  $4186.8 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}} \right)$  ,

$C_i$  — удельная теплоёмкость льда равна  $0.5C_w$ ,

$T_0$  — температура тройной точки равна  $273.15 \text{ K}$ ,

$L_i^w$  — удельная теплота фазового перехода лёд-вода  $333560.5 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right)$  .

Принимая гипотезу о том, что снег, по аналогии с почвой, это пористая среда (формообразующий компонент), в порах которого содержится жидкая вода. Тогда общий объём среды равен объёму снега (жидкая вода не добавляет объёма, а заполняет поры формообразующего компонента):

$$V = \frac{m_s}{\rho_s} ,$$

$m_s$  — масса снега (кристаллической фазы),  $\rho_s$  — плотность снега. Тогда общая энтропия снега, используя первый вариант:

$$S = \frac{m_s}{V} \cdot S_i + \frac{m_w}{V} \cdot S_w = m_s \frac{\rho_s}{m_s} \cdot S_i + m_w \frac{\rho_s}{m_s} \cdot S_w = \rho_s \cdot S_i + \frac{m_w}{m_s} \rho_s \cdot S_w ,$$

$m_w$  — масса жидкой воды.

Нам нужно найти соотношение для  $\frac{m_w}{m_s}$  . В принятой гипотезе  $m = m_s + m_w$  — общая масса.

Вводим понятие массовой доли снега  $f_s$ , тогда:

$$m = m_w + m_s , \quad \frac{m}{m_s} = \frac{m_w}{m_s} + 1 , \quad \frac{m_w}{m_s} = \frac{m}{m_s} - 1 , \quad \frac{m_w}{m_s} = \frac{m}{m_s} - 1 , \quad \frac{m_w}{m_s} = \frac{m}{m \cdot f_s} - 1$$

$$\frac{m_w}{m_s} = \frac{1}{f_s} - 1 .$$

И итоге имеем:

$$S = \rho_s \cdot C_i \cdot \ln \frac{T}{T_0} + \left( \frac{1}{f_s} - 1 \right) \cdot \rho_s \cdot \left( C_w \cdot \ln \frac{T}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right), \text{ где}$$

$$S_i = C_i \cdot \ln \frac{T}{T_0} - \text{удельная массовая энтропия льда} \quad \left( \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right),$$

$$S_w = C_w \cdot \ln \frac{T}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \text{ удельная массовая энтропия жидкой воды} \quad \left( \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right).$$

Поток энтропии имеет две составляющие: кондуктивная и связанная с переносом массы. Поскольку кристаллическая часть снега является формообразующей, т. е. с ней связываем кондуктивный поток тепла, который определяется как перенос удельной энтропии кристаллического снега, при этом параметры этого переноса зависят от плотности снега:

$$\Pi_{S \text{ cond}} = \frac{\lambda_s}{C_i} \frac{\partial S_i}{\partial z} \quad \left( \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^2} \right),$$

$$\lambda_s \text{ — удельная теплопроводность снега. } S = \rho_s \cdot C_i \cdot \ln \frac{T}{T_0} + \left( \frac{1}{f_s} - 1 \right) \cdot \rho_s \cdot \left( C_w \cdot \ln \frac{T}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right)$$

Согласно исследованиям J.Jin etc., 1999 (SNTHERM):

$$\lambda_s = K \cdot \rho_s^2 \quad \left( \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{К}} \right), \text{ при } r_s = r_i \text{ (плотность снега равна плотности льда), } \lambda_s = \lambda_i = 2 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{К}} \right), \text{ поэтому получаем:}$$

$$\lambda_s = 2.45 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_s^2.$$

Например, при  $\rho_i = 100 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda_s = 0.02 \text{ Дж/(с} \cdot \text{м} \cdot \text{К)}$ .

В этой же работе приводится удельной объёмное теплосодержание снега как функция от его плотности:

$$C_{v \text{ s}} = 1.96 \cdot 10^6 \cdot \frac{\rho_s}{\rho_i},$$

но в нашем случае нужно использовать удельное массовое теплосодержание снега:

$$C_s = \frac{C_{v \text{ s}}}{\rho_s} = 1.96 \cdot 10^6 \cdot \frac{\rho_s}{\rho_i} \cdot \frac{1}{\rho_s} = 2111.1 = C_i,$$

т. е. равно теплосодержанию льда.

Тогда для кондуктивного потока энтропии снега имеем:

$$\Pi_{S \text{ cond}} = \frac{\lambda_s(\rho_s)}{C_i} \frac{\partial S_i}{\partial z} = \rho_\Sigma \frac{\lambda_s}{C_i} \frac{\partial \rho_\Sigma S_i}{\partial m} \quad \left( \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{с} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^5} \right),$$

$\rho_\Sigma$  - средняя плотность среды, определим её,  $m$  - масса на единицу площади ( $\text{кг/м}^2$ )

Общий объём  $V = \frac{m_s}{\rho_s}$  (см. выше), т. е.  $V = \frac{m \cdot f_s}{\rho_s}$ , тогда:

$$\rho_\Sigma = \frac{m}{V} = \frac{m \cdot \rho_s}{m \cdot f_s}$$

$$\rho_\Sigma = \frac{\rho_s}{f_s}.$$

В итоге кондуктивный поток энтропии снега равен:

$$\Pi_{S \text{ cond}} = \frac{\rho_s \lambda_s}{f_s C_i} \frac{\partial \left( \frac{\rho_s}{f_s} \cdot S_i \right)}{\partial m}.$$

Поток энтропии, связанный с потоком массы в системе координат связанной с массой:

$$\Pi_{S \text{ mass}} = \Pi_w \cdot S_w - \Pi_i \cdot S_i,$$

баланс массы: сколько жидкой воды из через уровень протекло вниз, столько же (по массе) кристаллического снега должно «подняться вверх» через этот же уровень.

В итоге имеем общий поток энтропии снега:

$$\Pi_S = \frac{\rho_s \lambda_s}{f_s C_i} \frac{\partial \left( \frac{\rho_s}{f_s} \cdot S_i \right)}{\partial m} + \Pi_w \cdot S_w - \Pi_i \cdot S_i.$$

Тогда прогностическое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial \Pi_S}{\partial m},$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial m} \left( \frac{\rho_s \lambda_s}{f_s C_i} \frac{\partial \left( \frac{\rho_s}{f_s} \cdot S_i \right)}{\partial m} + \Pi_w \cdot S_w + \Pi_i \cdot S_i \right).$$

#### Численное решение полученного прогностического уравнения

Правая часть уравнения берётся в явном виде:

$$\left( \frac{\frac{\rho_{s \text{ kh}+1} \lambda_{s \text{ kh}+1}}{f_{s \text{ kh}+1}^0} \cdot \frac{\lambda_{s \text{ kh}+1}}{C_i} \cdot \frac{\left( S_i \frac{\rho_s}{f_s} \right)_{k+1}^0 - \left( S_i \frac{\rho_s}{f_s} \right)_k^0}{m_{k+1} - m_k} + \Pi_w \cdot S_{w \text{ k}}^0 - \Pi_w \cdot S_{i \text{ k}+1}^0}{m_{kh+1} - m_{kh}} - \frac{\frac{\rho_{s \text{ kh}} \lambda_{s \text{ kh}}}{f_{s \text{ kh}}^0} \cdot \frac{\lambda_{s \text{ kh}}}{C_i} \cdot \frac{\left( S_i \frac{\rho_s}{f_s} \right)_k^0 - \left( S_i \frac{\rho_s}{f_s} \right)_{k-1}^0}{m_k - m_{k-1}} + \Pi_w \cdot S_{w \text{ k-1}}^0 - \Pi_w \cdot S_{i \text{ k}}^0}{m_{kh+1} - m_{kh}} \right) = A$$

Левая часть:

$$\frac{\rho_{s \text{ k}} C_i \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \left( \frac{1}{f_{s \text{ k}}^{\Delta t}} - 1 \right) \rho_{s \text{ k}} \left( C_w \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + L_i^w \right) - \rho_{s \text{ k}} C_i \ln \frac{T_k^0}{T_0} + \left( \frac{1}{f_{s \text{ k}}^0} - 1 \right) \rho_{s \text{ k}} \left( C_w \ln \frac{T_k^0}{T_0} + L_i^w \right)}{\Delta t}.$$

Обозначим

$$B = \rho_{s \text{ k}} C_i \ln \frac{T_k^0}{T_0} + \left( \frac{1}{f_{s \text{ k}}^0} - 1 \right) \rho_{s \text{ k}} \left( C_w \ln \frac{T_k^0}{T_0} + L_i^w \right), \text{ тогда получим уравнение:}$$

$$\rho_{s\ k} C_i \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \left( \frac{1}{f_{s\ k}^{\Delta t}} - 1 \right) \rho_{s\ k} \left( C_w \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + L_i^w \right) = A \cdot \Delta t + B ,$$

где  $A$  и  $B$  — члены, вычисляемые по значениям переменных в начале шага по времени. У нас остаются два неизвестных  $\ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0}$  и  $f_{s\ k}^{\Delta t}$ , полученное уравнение можно расписать либо относительно одного неизвестного, либо относительно другого:

$$\ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} = \frac{A \cdot \Delta t + B - \rho_{s\ k} \cdot \frac{L_i^w}{T_0} \cdot \left( \frac{1}{f_{s\ k}^{\Delta t}} - 1 \right)}{\rho_{s\ k} \cdot \left[ C_i + C_w \cdot \left( \frac{1}{f_{s\ k}^{\Delta t}} - 1 \right) \right]} ,$$

$$f_{s\ k}^{\Delta t} = \frac{1}{\frac{A \cdot \Delta t + B - \rho_{s\ k} \cdot C_i \cdot \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0}}{\rho_{s\ k} \cdot \left( C_w \cdot \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right)} + 1} = \frac{\rho_{s\ k} \cdot \left( C_w \cdot \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right)}{A \cdot \Delta t + B - \rho_{s\ k} \cdot C_i \cdot \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \rho_{s\ k} \cdot \left( C_w \cdot \ln \frac{T_k^{\Delta t}}{T_0} + \frac{L_i^w}{T_0} \right)} .$$

Чтобы решить уравнение с двумя неизвестными нужно дополнить систему уравнений неким соотношением между двумя искомыми неизвестными, предполагая, что температура снега никогда не может быть выше нуля градусов  $T_k^{\Delta t} \leq T_0$ . Для этого предложим следующий алгоритм:

- 1) Если  $f_{s\ k}^0 = 1$ , то предполагаем, что и  $f_{s\ k}^{\Delta t} = 1$  и рассчитываем  $T_k^{\Delta t}$ :
  - 1.1) Если полученное  $T_k^{\Delta t} \leq T_0$ , то уравнение решено.
  - 1.2) Если полученное  $T_k^{\Delta t} > T_0$ , то предполагаем, что  $T_k^{\Delta t} = T_0$  и рассчитываем  $f_{s\ k}^{\Delta t}$ , уравнение решено.
- 2) Если  $f_{s\ k}^0 < 1$ , то предполагаем, что  $T_k^{\Delta t} = T_0$  и рассчитываем  $f_{s\ k}^{\Delta t}$ :
  - 2.1) Если полученное  $f_{s\ k}^{\Delta t} \leq 1$ , то уравнение решено.
  - 2.2) Если полученное  $f_{s\ k}^{\Delta t} > 1$ , то предполагаем, что  $f_{s\ k}^{\Delta t} = 1$  и рассчитываем  $T_k^{\Delta t}$ , уравнение решено.

Прогностическое уравнение решается для уровней с  $k=0$  до  $k=nlev\_snow-1$ , на уровне  $k=nlev\_snow$  температура имеет граничное условие, определяемое в схеме почвы, т. е. температура с почвенного уровня уровня  $k=0$ . Потоки определяются на уровнях с  $kh=1$  до  $kh=nlev\_snow$ , на уровне  $kh=0$  поток определяется потоком из атмосферы. Поток на уровне  $kh=nlev\_snow$  определяет поток между снегом и почвой и используется в схеме почвы.

Доля снежного покрова считается всегда равной 1 (см. обоснование в глав «Взаимодействие между атмосферой и подстилающей поверхностью: потоки воды (в различных фазах) и тепла (энтропии)»). Описанная схема применяется для снежного покрова, превышающего (по массе) некое пороговое значение  $m_{snow}^{min}$  ( $1 \text{ кг/м}^2$ ). Если снежный покров меньше этого значения, то данная схема (только для тепла/энтропии, но не для массы воды!) не применяется, кондуктивный поток тепла считается бесконечно большим, т. е. снежный покров становится «прозрачным» с точки зрения теплообмена между почвой и атмосферой (потоки

энтропии из атмосферы прямо идут в почву), а фазовые переходы этого тонкого слоя снега учитываются в схеме почвы в уравнении на верхней границе (см. главу «Температура в почве (перенос тепла, фазовые переходы)»), а температура снега автоматически становится равной температуре почвы на верхней границе. Для удобства расчётов в почвенной схеме вводится переменная  $m_{snow}^{bottom}$ :

$$\begin{aligned} m_{snow}^{bottom} &= m \Big|_{k=nlev\_snow} - m \Big|_{kh=nlev\_snow} \quad \text{если } m_{snow} \geq m_{snow}^{min}, \\ m_{snow}^{bottom} &= m \Big|_{k=nlev\_snow} = m \Big|_{k=1} \quad \text{если } m_{snow} < m_{snow}^{min}. \end{aligned}$$

#### Плотность снега — диагностическое уравнение

В построенной схеме предполагается, что известно значение плотности снега. Эта величина считается непрогностической, а определяется диагностически, используя следующие предположения.

1) Плотность снега не может меняться быстрее чем, 10% за 1 сутки.

2) Вновь образовавшийся снег имеет некую заданную плотность  $\rho_{snow}^{fresh} = 100 \frac{кг}{м^3}$ .

3) Плотность старого (слежавшегося) снега не может превышать некое заданное значение

$$\rho_{snow}^{old} = 700 \frac{кг}{м^3}.$$

3) Плотность снега, подвергавшегося фазовым переходам не может превышать некое

заданное значение  $\rho_{snow}^{firm} = 800 \frac{кг}{м^3}$ .

5) Плотность снега зависит от:

5.1) суммарного возраста снега, исчисляемого в сутках - snow\_age;

5.2) суммарного периода, когда снег подвергался процессам фазового перехода (таяние/перезамерзание), исчисляемого в сутках- snow\_melt\_age;

5.3) глубины уровня в массовой координате  $\frac{кг}{м^2}$ .

В принятых предположениях строим следующий алгоритм диагностического определения плотности снега в конце каждого шага по времени на уровнях снежного покрова.

$\rho_{s\ k}^0$  И  $\rho_{s\ k}^{\Delta t}$  - плотность снега на уровне  $k$  в начале и в конце шага по времени.

$$\rho_1 = \max \left\{ \min \left[ \frac{snow\_age^{0.3}}{365^{0.3}}, 1 \right] \cdot \rho_{snow}^{old}, \rho_{snow}^{fresh} \right\},$$

$$\rho_2 = \max \left\{ \min \left[ \frac{(snow\_melt\_age + 30)^{0.3}}{365^{0.3}}, 1 \right] \cdot \rho_{snow}^{firm}, \rho_1 \right\},$$

$$K_{depth} = \min \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{m_k}{100} \right)^{0.5}, 1.5 \right\},$$

$K_{depth}$  — эмпирический коэффициент, определяющий зависимость плотности снега от

глубины,  $m$  — глубина уровня  $k$  по оси вертикальной массовой координате  $\frac{кг}{м^2}$ .

$$\rho_{s\ k}^{\Delta t} = \min \left\{ \rho_2 \cdot K_{depth}, \rho_{snow}^{firm} \right\}.$$

$$K_{rate} = 0.1 \cdot \frac{\Delta t}{1440},$$

$\Delta t$  - шаг по времени (с), 1440 секунд = 1 сутки.

Окончательно определяем:

- 1) Если снег уплотняется  $\rho_{s\ k}^{\Delta t} \geq \rho_{s\ k}^0$ , то  $\rho_{s\ k}^{\Delta t} = \min \left[ \rho_{s\ k}^{\Delta t}, \rho_{s\ k}^0 \cdot (1 + K_{rate}) \right]$ .
- 2) Если снег разрыхляется  $\rho_{s\ k}^{\Delta t} < \rho_{s\ k}^0$ , то  $\rho_{s\ k}^{\Delta t} = \max \left[ \rho_{s\ k}^{\Delta t}, \rho_{s\ k}^0 \cdot (1 - K_{rate}) \right]$ .

Количество уровней снежного покрова ограничено, поэтому для описания снежного покрова сколь угодно большой массы, масса снежных слоёв может скачкообразно увеличиваться или уменьшаться. Предложенная схема позволяет это делать с соблюдением сохранения общей массы и энтропии снега и перераспределением по уровням диагностических характеристик снега (возраст, плотность и др.).

7 Definition of physical parameter of soil, vegetation and snow

8 Bottom boundary condition discution

9 Verification of «Pochva» model in NWP model Bolam in ...cast regime

10 Conclusion

Appendix A Definitions of symbols

Appendix B Maximum soil water volumetric sperific content

Appendix C Minimum soil water volumetric sperific content

Appendix D Dry soil density

Appendix E Dry soil heat capacity

Appendix F Saturated soil hydraulic conduction

Appendix I Soil exponent

Appendix J Wilt poin soil water volumetric sperific content

Appendix K Reference soil water volumetric sperific content

Appendix L Soil albedo

Appendix M Soil emissivity

Appendix N Vegetation root depth

Appendix O Vegetation roughness

Appendix P Vegetation albedo

Appendix Q Vegetation emissivity

Appendix R Estimated depth of water table top

Reference

Best et al., 2011: The Joint UK Land Environment Simulator (JULES), model description – Part 1: Energy and water fluxes - *Geosci. Model Dev.*, 4, 677–699 .

Clapp, R. B. and Hornberger, G. M., 1978: Empirical equations for some soil hydraulic properties - *Water Resour. Res.*, 14, 601–604.

Peters-Lidard, C. D., Blackburn, E., Liang, X. and Wood, E. F., 1998: The effect of soil conductivity parametrization on surface energy fluxes and temperature. -*J. Atmos. Sci.*, 55, 1209-1224.

Pielke R., 2013 - *Mesoscale Meteorological Modeling* — book, Academic Press.