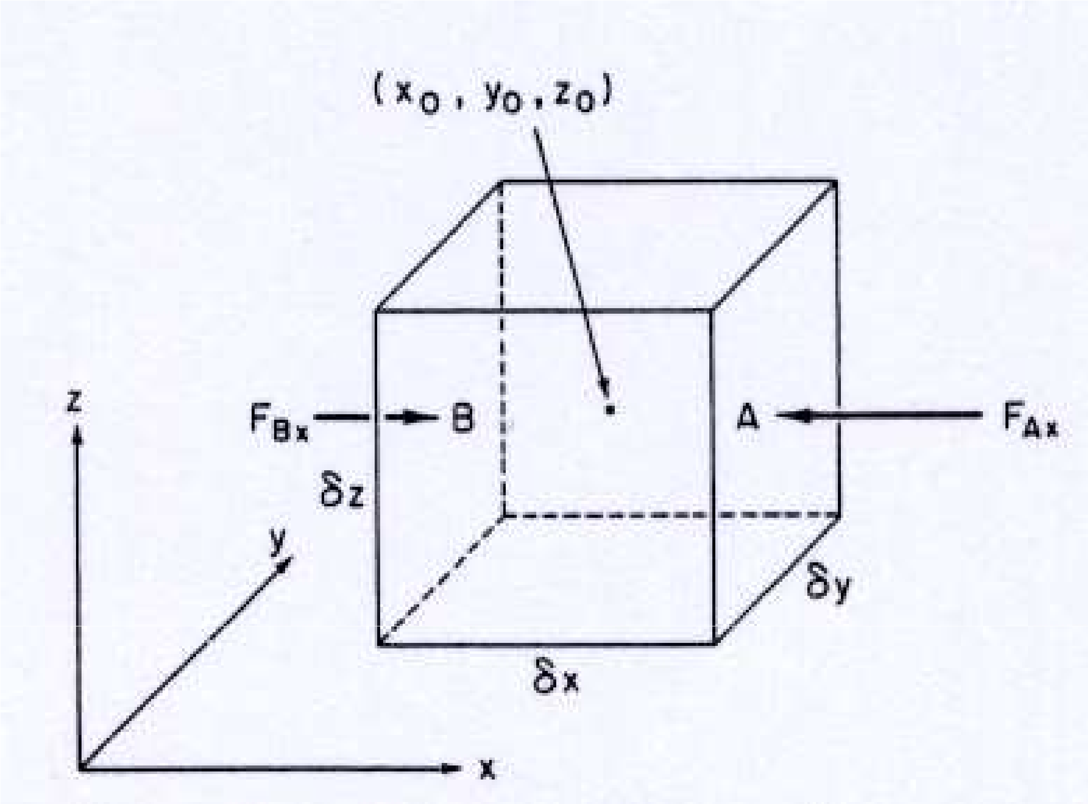
DINAMICA

Principi di conservazione:
1) del momento
2) della massa
3) dell’energia

Forze che influenzano i moti atmosferici:
1) forza del gradiente di pressione
2) forza gravitazionale
3) attrito

Forze apparenti nel caso di sistema di riferimento ruotante (non inerziale):
- forza centrifuga
- forza di Coriolis

Forza del gradiente di pressione (pressure gradient force)



$$F_{AX} = -\left(p_0 + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta x}{2}\right)\delta y\,\delta z$$

$$F_{BX} = \left(p_0 - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta x}{2}\right)\delta y\,\delta z$$

$F_X = F_{AX} + F_{BX}$

$$\frac{F_X}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

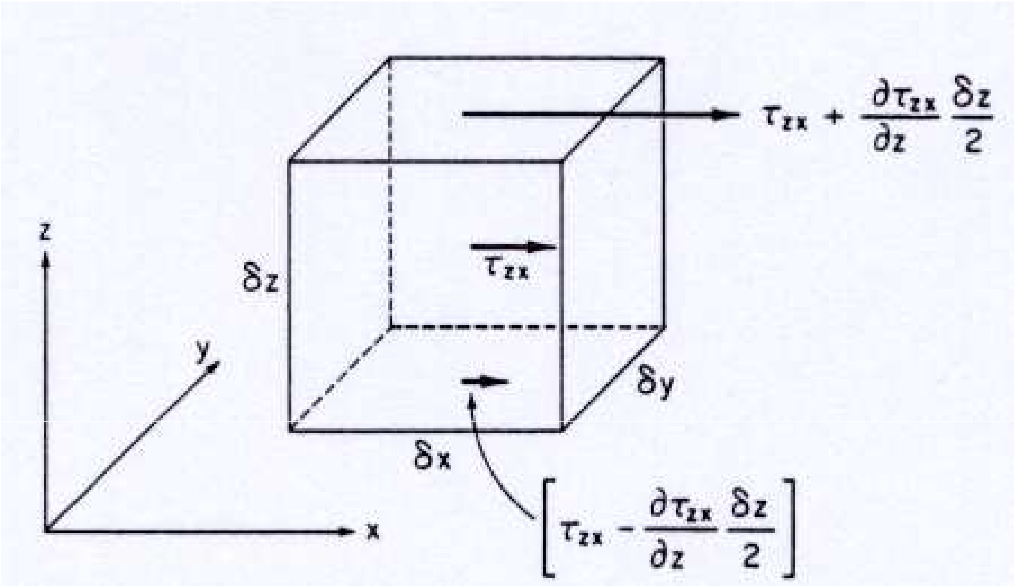
$$\boxed{\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{1}{\rho}\nabla p}$$

La forza non è proporzionale alla pressione
ma al gradiente di pressione

Forza gravitazionale $\frac{\vec{F}_g}{m} = g^* = -\frac{GM}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \approx -\frac{GM}{a^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$ = cost.

Forza d’attrito viscoso

$$\frac{F}{A} = \tau_{zx} = \lim_{\delta z \to 0} \mu \frac{\delta u}{\delta z} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$



$\tau_{zx} \longrightarrow$ componente dello stress che deriva dallo shear verticale (z) della componente x della velocità

$$X : \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\frac{\delta z}{2}\right)\delta y \delta x - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\frac{\delta z}{2}\right)\delta y \delta x = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\delta x \delta y \delta z$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$F_{rx} = \nu\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right] \qquad F_{ry} = \nu\left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right] \qquad F_{rz} = \nu\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right]$$

ν = coeff. di viscosità cinematico

Sistemi di riferimento non inerziali

Sistemi di riferimento inerziali → principio della dinamica
Sistemi di riferimento non inerziali → forze apparenti (centrifuga e Coriolis)

Forza Centripeta e Centrifuga

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega^2 \vec{r}$$

forza centripeta diretta verso il centro di rotazione
forza centrifuga è uguale ed opposta

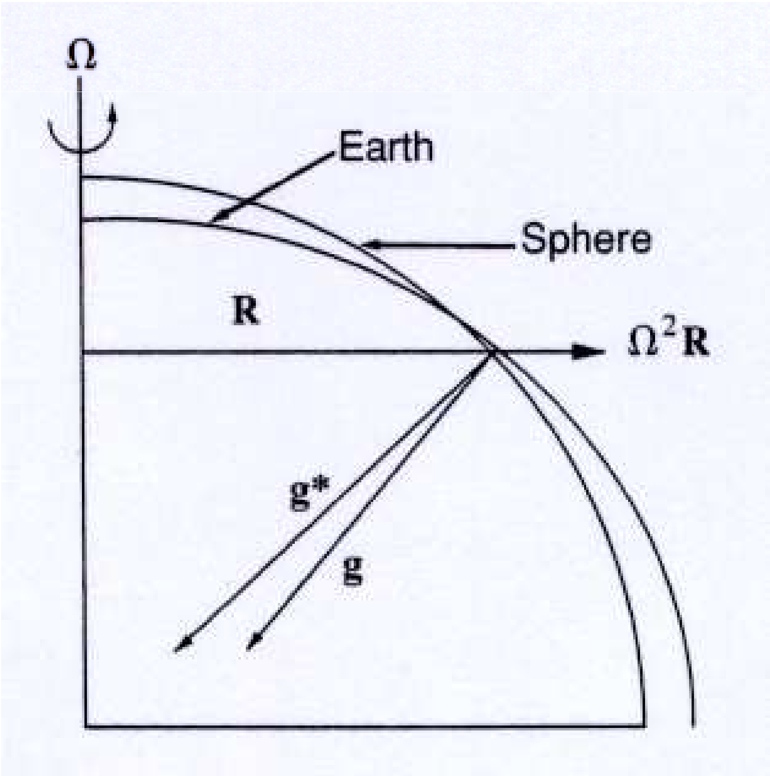
Forza di gravità

$\Omega = 2\pi/86164 = 7.292\ 10^{-5}$ rad/s

$$\boxed{\vec{g} = \vec{g}^* + \Omega^2 \vec{R}}$$

g* diretta verso il centro della terra
g perpendicolare alla superficie

$$\nabla\phi = -\vec{g} \Rightarrow \frac{d\phi}{dz} = g$$



Forza di Coriolis

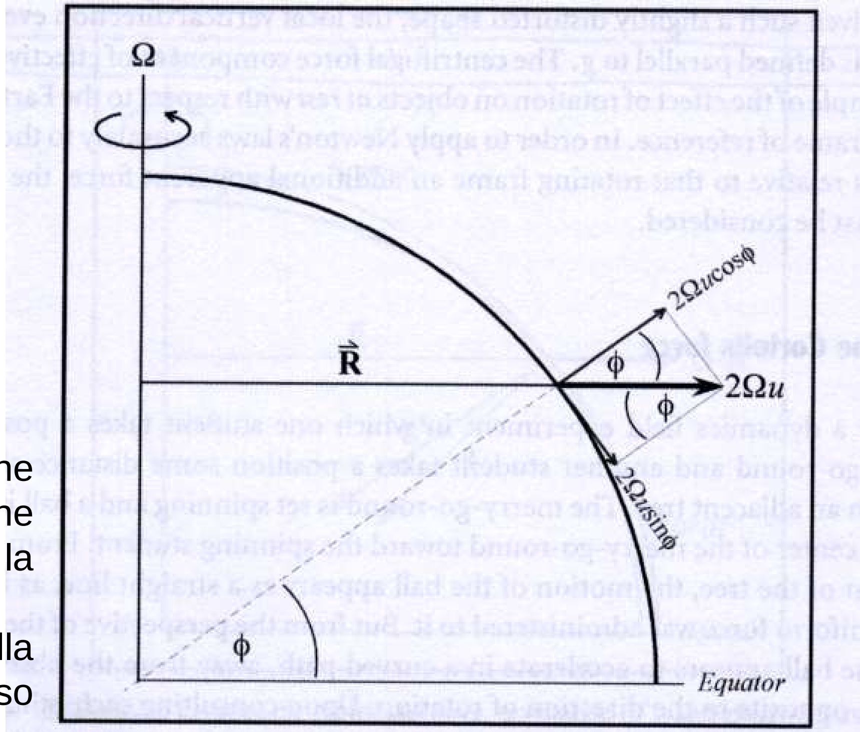
Moto lungo un circolo di latitudine

$$\left(\Omega+\frac{u}{R}\right)^2\vec{R}=\underbrace{\Omega^2\vec{R}}_{\text{forza centrifuga}}+\underbrace{\frac{2\Omega u}{R}\vec{R}+\frac{u^2}{R^2}\vec{R}}_{\text{forza deviante}}$$

$$\frac{2\Omega u}{R}\vec{R}$$ forza di Coriolis per un oggetto in moto lungo un circolo di latitudine

$$\frac{dv}{dt} = -2\,\Omega\,u\,\sin\phi$$

$$\frac{dw}{dt} = 2\,\Omega\,u\,\cos\phi$$



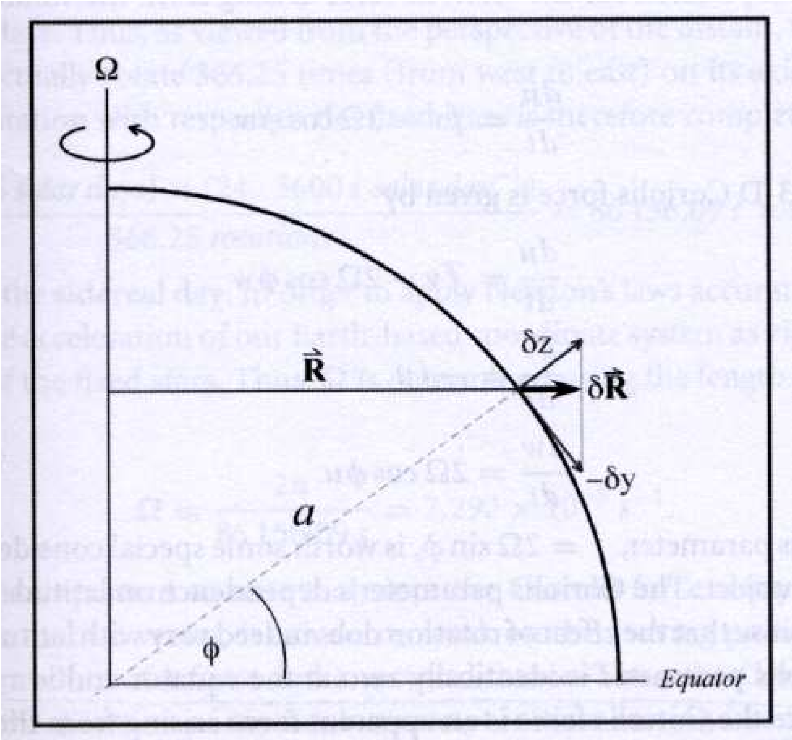
Una particella che si muove verso est subisce una deviazione verso sud, mentre una particella che si muove verso ovest viene deviata verso nord (nell'emisfero nord). In entrambi i casi la deviazione è sulla destra rispetto alla direzione del moto.
La componente verticale è normalmente trascurabile rispetto alla forza gravitazionale e causa solo variazioni minime nel peso della particella in moto.

Forza di Coriolis per un oggetto in moto <u>lungo un meridiano</u>

Conservazione del momento angolare $vR = \Omega R^2 = \left(\Omega + \frac{\delta u}{R + \delta R} \right)(R + \delta R)^2$

$$\delta u = -2\Omega \delta R$$

Questo incremento δu può essere dovuto sia da un moto meridionale che verticale (vedi fig)



Per un moto meridionale

$$\delta u = -2\Omega \delta R = 2\Omega a \delta\phi \sin \phi_0$$

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_{Co} = 2\Omega a \frac{d\phi}{dt} \sin \phi_0 = 2\Omega v \sin \phi$$

per un moto verticale:

$$\frac{du}{dt} = -2\Omega w \cos \phi$$

Quindi l'espressione completa che descrive la variazione della velocità zonale diventa:

$$\frac{du}{dt} = 2\Omega v \sin \phi - 2\Omega w \cos \phi = fv - 2\Omega w \cos \phi$$

$f = 2\Omega \sin \phi$ = parametro di Coriolis

Quindi anche per moti meridionali/verticali l'effetto della forza di Coriolis è di produrre una deviazione verso destra (nell'emisfero nord).

L'espressione completa in 3D della forza di Coriolis risulta:

$$\frac{du}{dt} = fv - 2\Omega w \cos\phi$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu$$

$$\frac{dw}{dt} = 2\Omega u \cos\phi$$

OSS1: la forza di Coriolis agisce sempre perpendicolarmente al moto, quindi non fa lavoro sulla particella in moto. Può cambiarne la direzione, ma non la velocità.

OSS2: la forza di Coriolis non è importante per moti a piccola scala come, ad esempio, la dinamica di una cella temporalesca. E' essenziale nella descrizione dei moti a larga scala (sinottica e planetaria) anche ad esempio nel calcolo delle traiettorie dei missili a lungo raggio.